Io vagabondo

Io un giorno crescerò,
e nel cielo della vita volerò,
ma un bimbo che ne sa,
sempre azzurra non può essere l'età,
poi una notte di settembre mi svegliai:
il vento sulla pelle,
sul mio corpo il chiarore delle stelle
chissà dov'era casa mia
e quel bambino che giocava in un cortile:

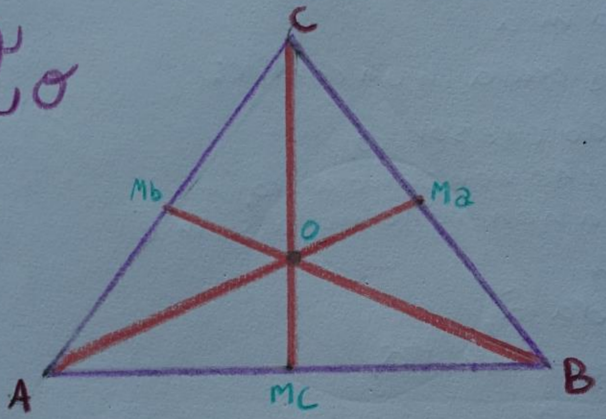
Io vagabondo che son io,
vagabondo che non sono altro,
soldi in tasca non ne ho ma la su mi è
rimasto Dio.

Si la strada è ancora là,
un deserto mi sembrava la città,
ma un bimbo che ne sa,
sempre azzurra non può essere l'età,
poi una notte di settembre me ne andai,
il fuoco di un camino
non è caldo come il sole del mattino
chissà dov'era casa mia
e quel bambino che giocava in un cortile:

Io vagabondo che son io,
vagabondo che non sono altro,
soldi in tasca non ne ho ma la su mi è
rimasto D-
Io vagabondo che son io,
vagabondo che non sono altro,
soldi in tasca non ne ho ma la su mi è
rimasto DIO.

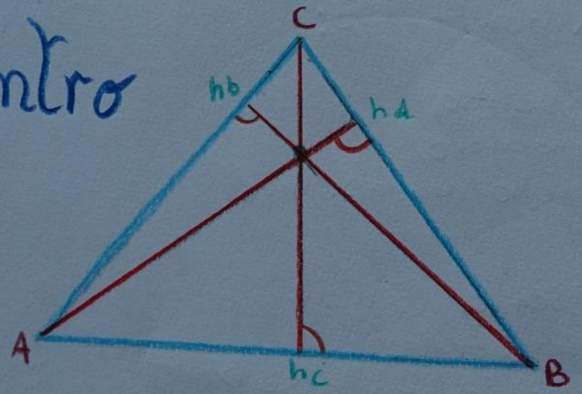
Punti notevoli del Triangolo

Baricentro



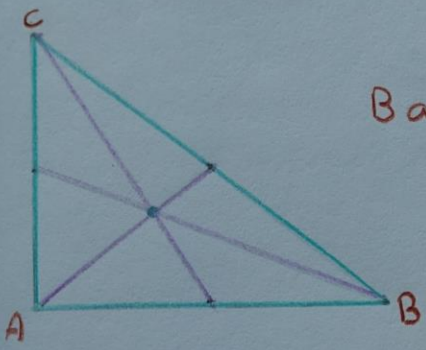
$\overline{AO} : \overline{OM} = 3{,}9 : 1{,}9$
$\overline{BO} : \overline{OM} = 3{,}7 : 2$
$\overline{CO} : \overline{OM} = 3 : 1{,}5$

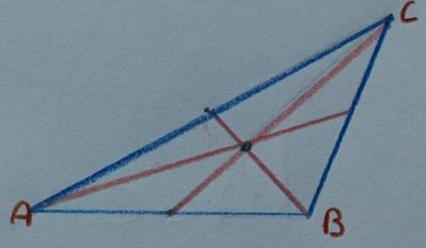
Ortocentro



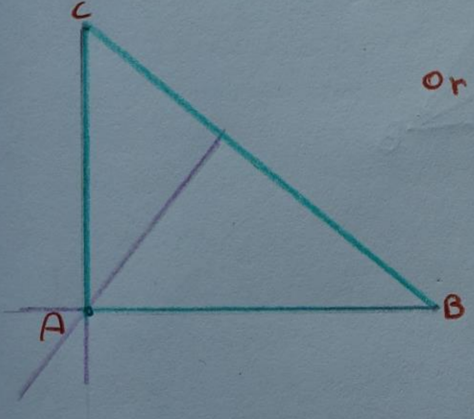
Casi particolari

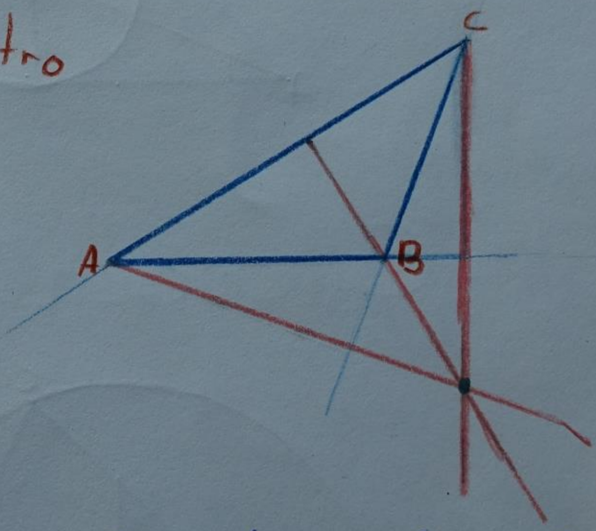
Baricentro





ortocentro

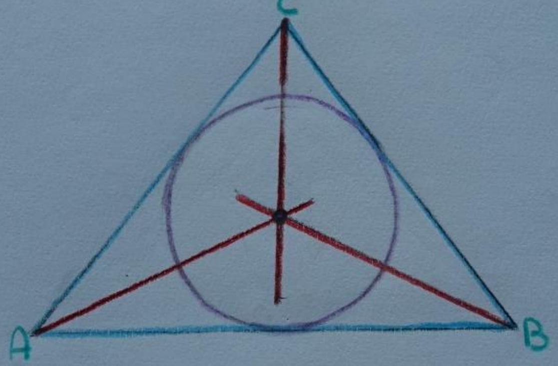




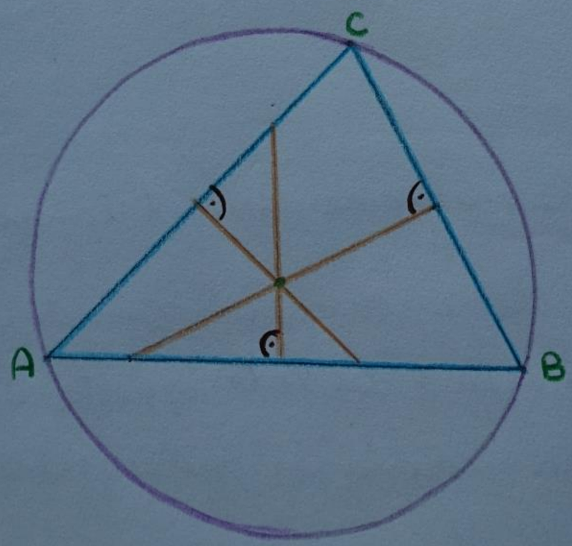
L'incrocio delle mediane di un triangolo si chiama Baricentro. Le mediane sono quei segmenti che collegano un vertice al punto medio del lato opposto. Il Baricentro divide sempre una mediana in due segmenti tali per cui l'uno è il doppio dell'altro.
Il Baricentro, in generale, è il punto di equilibrio di un oggetto.

L'incrocio delle altezze di un triangolo si chiama Ortocentro. L'Ortocentro si può trovare dentro il triangolo, in corrispondenza di uno dei vertici (nel triangolo rettangolo) o al di fuori del triangolo (nel triangolo ottusangolo).

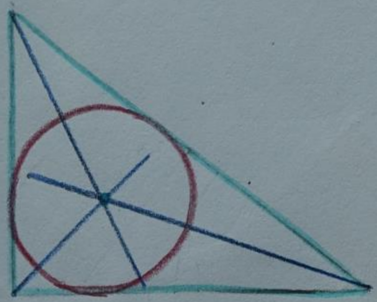
Incentro

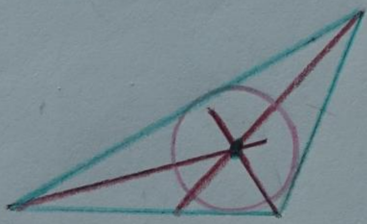


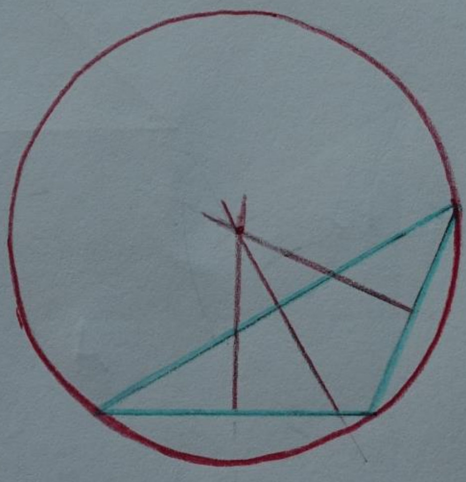
Circocentro

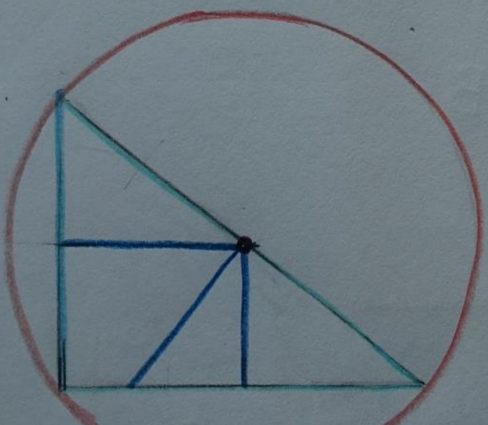


Casi particolari







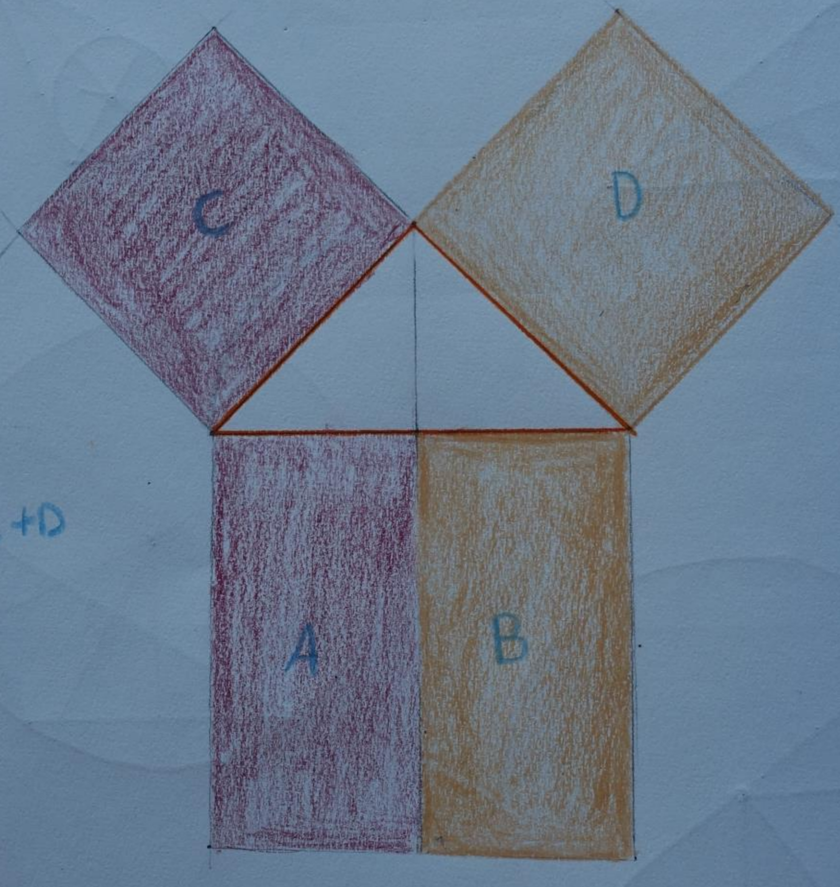


Il punto d'incrocio delle bisettrici degli angoli di un triangolo si chiama INCENTRO. L'incentro è equidistante da tutti i lati ed è il centro della circonferenza inscritta nel triangolo.

Il punto d'incrocio degli assi dei lati di un triangoli si

chiama circocentro, esso è equidistante dai vertici del triangolo ed è il centro della circonferenza circoscritta al triangolo.
Il circocentro si può trovare dentro il triangolo, sull'ipotenusa (nel triangolo rettangolo) o fuori (nel triangolo ottusangolo).

Il teorema dei cateti

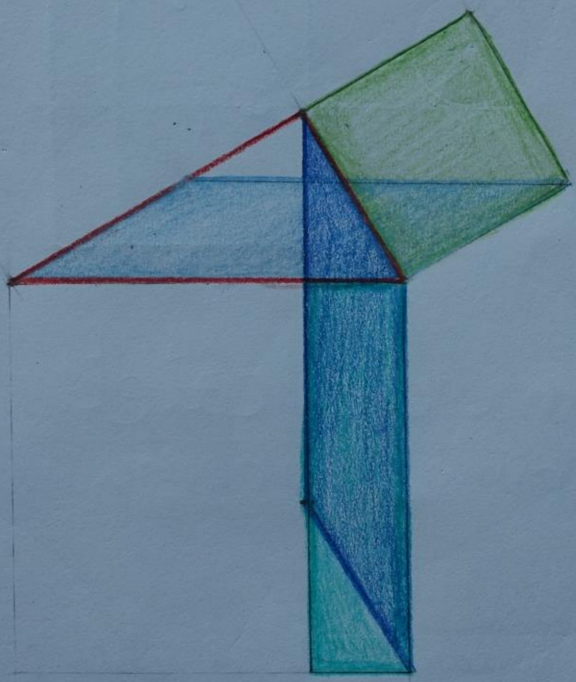


$A + B = C + D$

$A \doteq C$
$B = D$

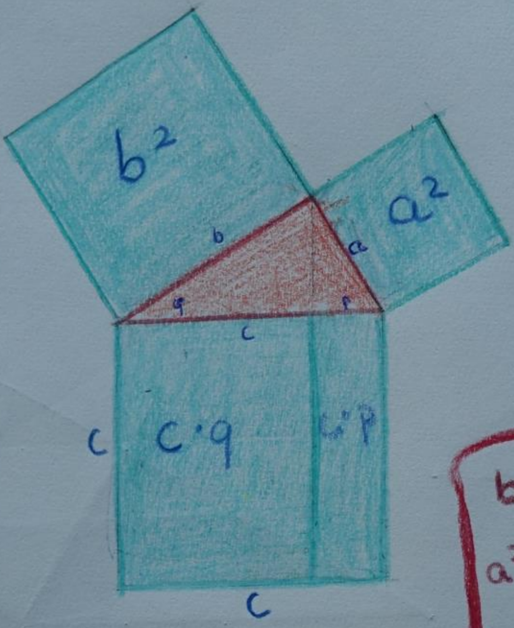
L'altezza prolungata divide il quadrato della ipotenusa in due triangoli.

Con due scorrimenti e una rotazione abbiamo dimostrato che il rettangolo di destra creato dal prolungamento dell'altezza è equivalente al quadrato del cateto a.



In modo analogo possiamo fare con il rettangolo di sinistra il quadrato b.

Chiamiamo q la proiezione del cateto b sull'ipotenusa e p la proiezione del cateto a sull'ipotenusa.



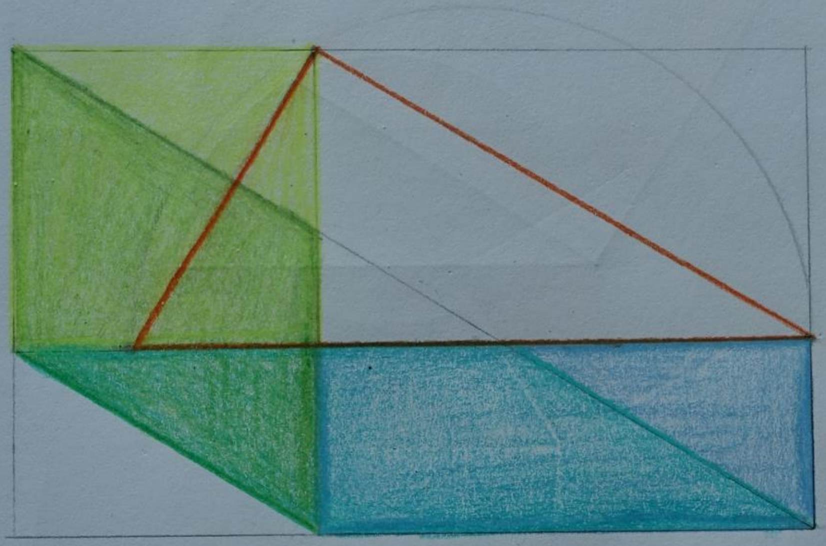
$$b^2 = c \cdot q$$
$$a^2 = c \cdot p$$

Teorema dei cateti o primo teorema di Euclide

Il quadrato di un cateto è equivalente al rettangolo prodotto dall'ipotenusa e dalla proiezione del cateto sull'ipotenusa.

$$b^2 = c \cdot q$$
$$a^2 = c \cdot p$$

Teorema dell'Altezza



$h^2 = a^2 - p^2$ sostituiamo a^2 con $c \cdot p$

$h^2 = c \cdot p - p^2$ raccogliamo il fattore comune p

$h^2 = p(c - p)$ Sostituiamo $c-p$ con q

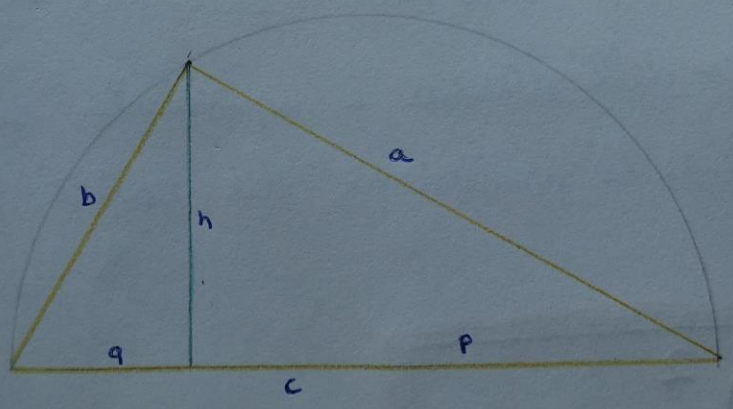
$h^2 = p \cdot q$

$h^2 = b^2 - q^2$ sostituiamo b^2 con $c \cdot q$

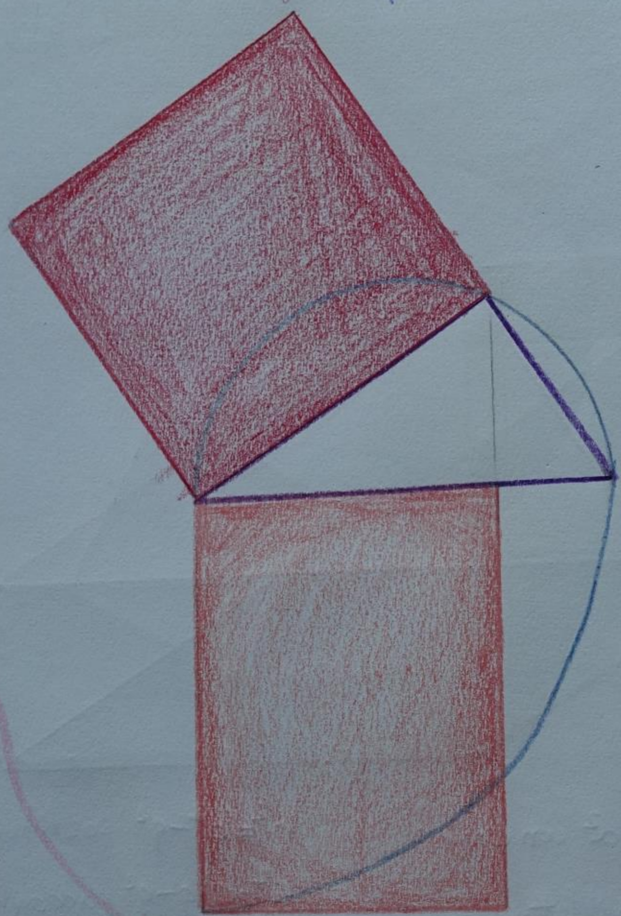
$h^2 = c \cdot q - q^2$ raccogliamo il fattore comune q

$h^2 = q(c - q)$ sostituiamo $c-q$ con p

$h^2 = q \cdot p$



Esercizio:
Dato un rettangolo di: 4,5cm x 6cm disegnare il quadrato equivalente.



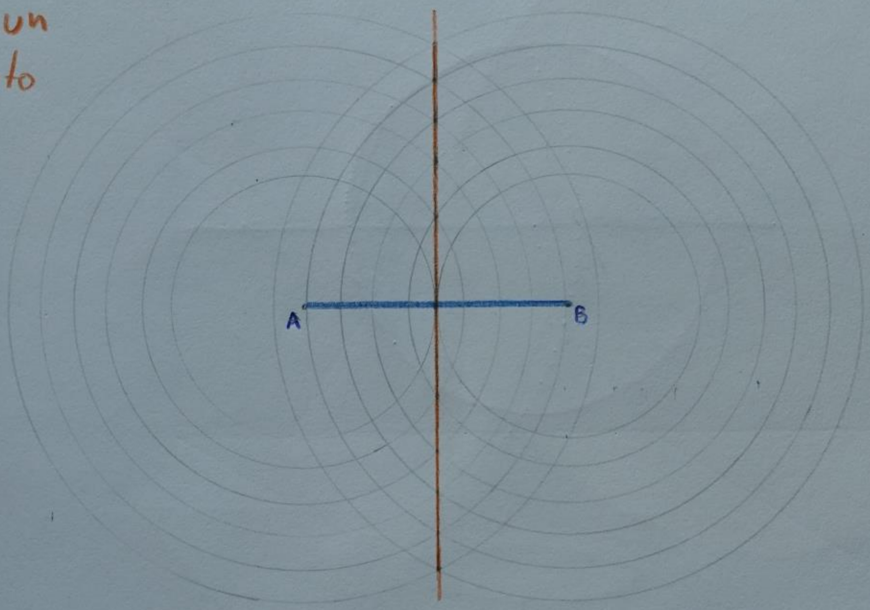
Teorema dell'altezza o il secondo Teorema di Euclide

Il quadrato dell'altezza è equivalente al rettangolo che ha per lati le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa:

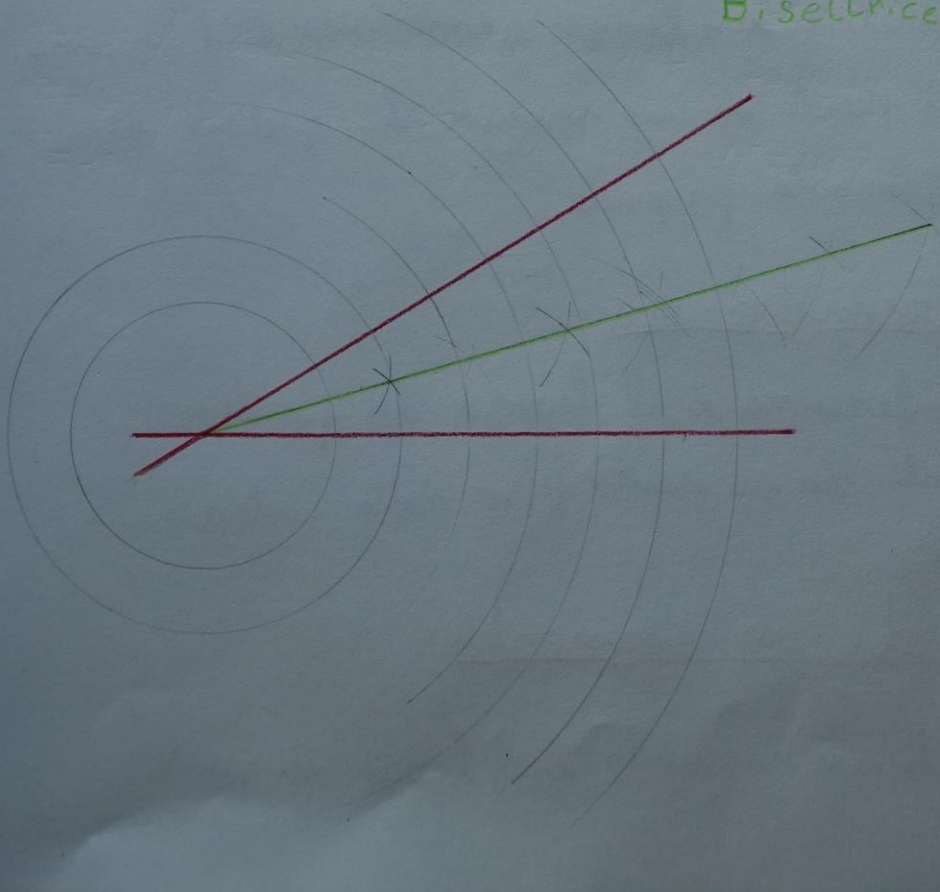
$$\boxed{h^2 = p \cdot q}$$

Il luogo dei punti

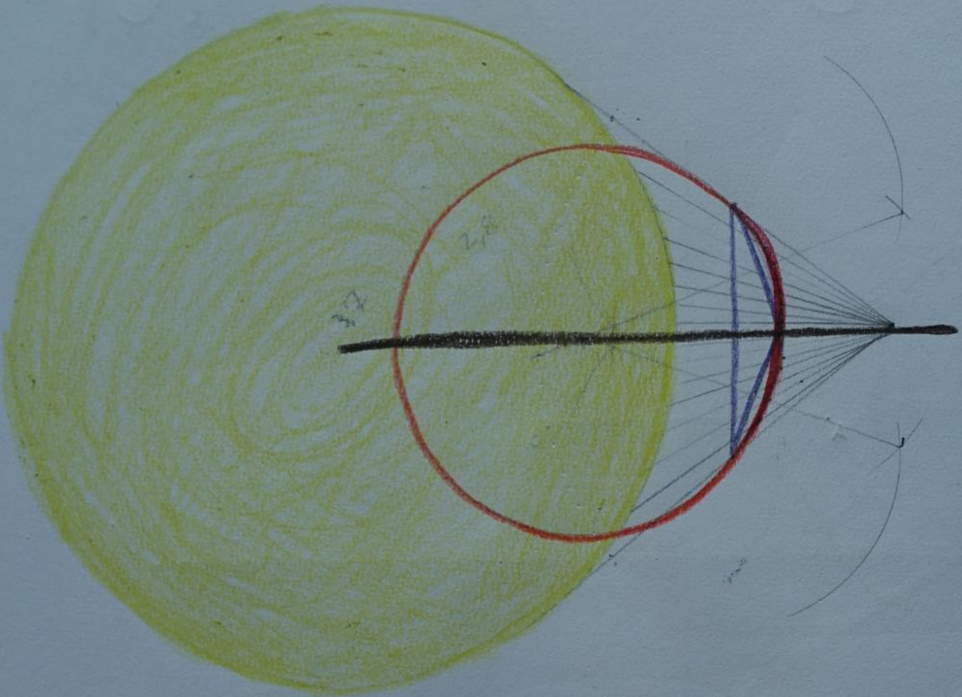
Asse di un segmento (A-B)



Bisettrice di un angolo



luogo dei punti medi



Il luogo geometrico

In geometria un luogo geometrico è l'insieme di tutti i punti di uno spazio che godono di una determinata proprietà.

La circonferenza

La circonferenza è il luogo dei punti equdistanti da un punto fisso detto centro.

Asse di un segmento

È

L'asse di un segmento è il luogo dei punti equidistanti dai estremi del segmento.

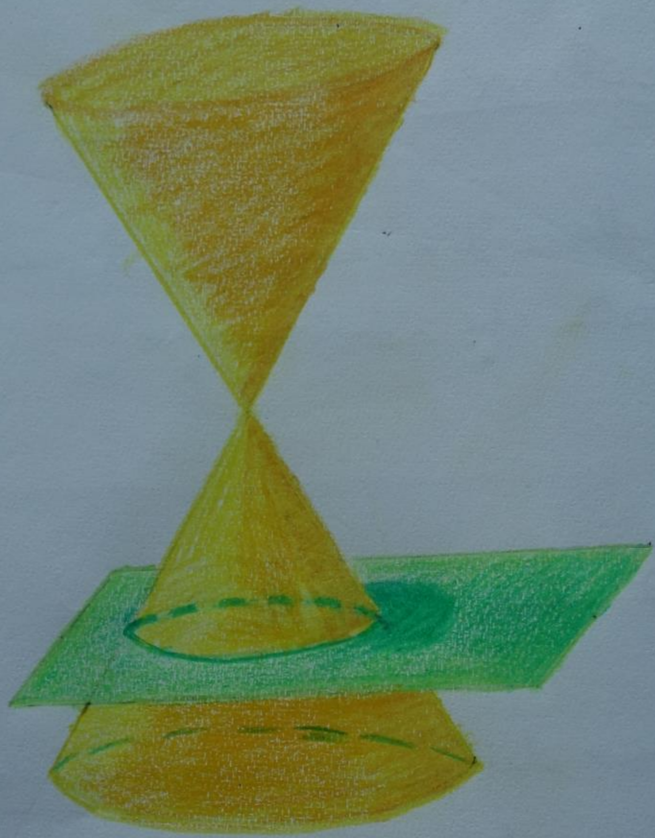
La bisettrice di un angolo

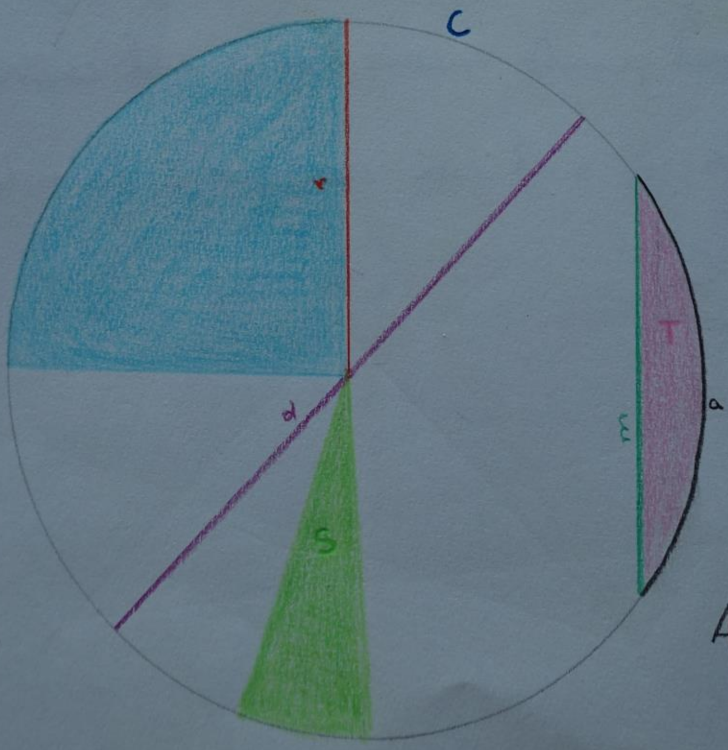
La bisettrice di un angolo è il punto equidistante da due rette che s'intersecano.

Luogo dei punti medi

Il luogo dei punti medi tra una circonferenza C ed un punto P è una circonferenza il cui centro è nel punto medio tra P e il centro della circonferenza C, e il cui raggio è la metà del raggio di C.

La Circonferenza





C = circonferenza
r = raggio
d = diametro
m = corda
a = arco
T = segmento circolare
S = settore circolare
Q = quadrante

Relazioni

$$\frac{C}{d} = \pi$$

$$d = 2r$$

$$\text{Area } C = \pi \cdot r^2$$

Se costruiamo un piano orizzontale, perpendicolare all'asse di un cono otteniamo una circonferenza.

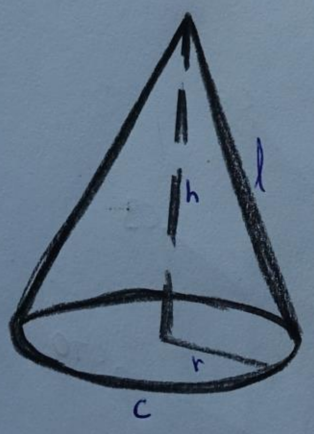
L'AREA ESTERNA DI UN CONO

$C = 2 \cdot \pi \cdot r$

$l = \sqrt{h^2 + r^2 = l^2}$

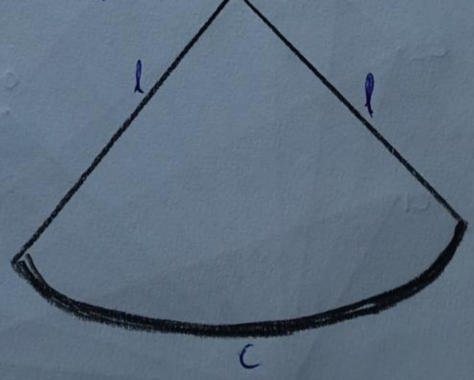
$P_{\frac{1}{4}} = 2 \cdot \pi \cdot l$

Area del cerchio con raggio $l = \pi \cdot l^2$

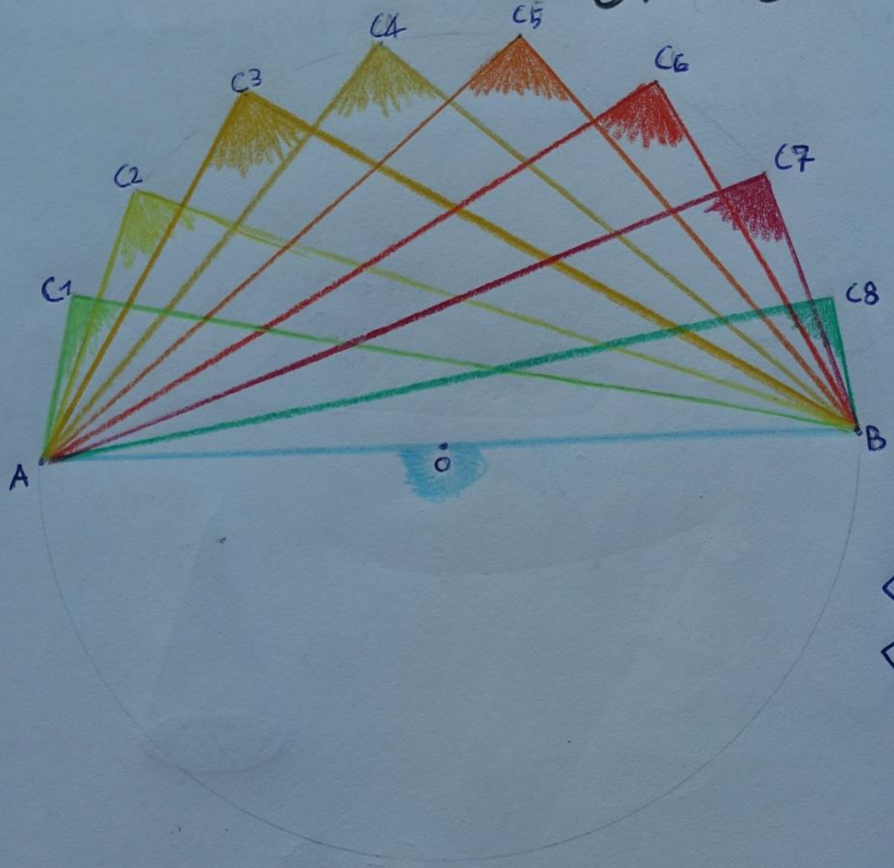


$$\frac{\cancel{2} \cdot \cancel{\pi} \cdot r}{\cancel{2} \cdot \cancel{\pi}\, l} = \frac{A_{settore}}{\pi \cdot l^2} \quad | \cdot \pi \cdot l^2$$

$$A_{settore} = \frac{r}{l} \cdot \pi \cdot l^{\cancel{2}} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot r \cdot \sqrt{h^2 + r^2}$$

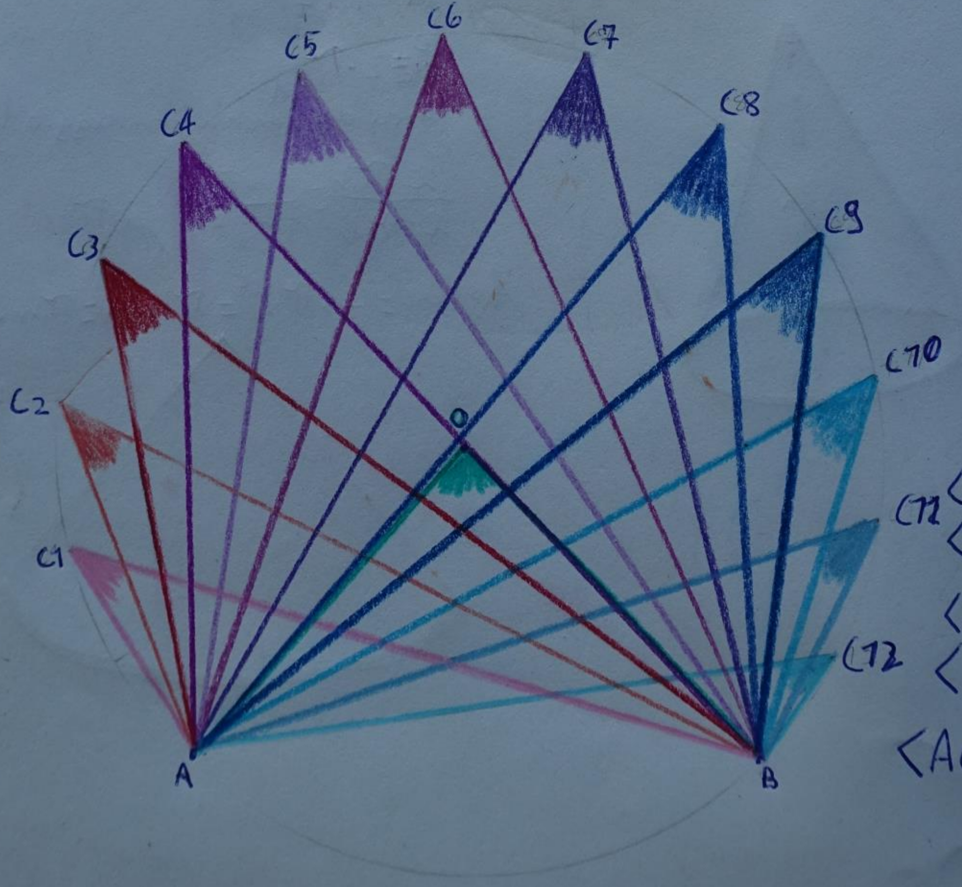


Teorema dell'angolo al centro e dell'angolo alla circonferenza



$\angle AC_nB = 90^\circ$

$\angle AOB = 180^\circ$



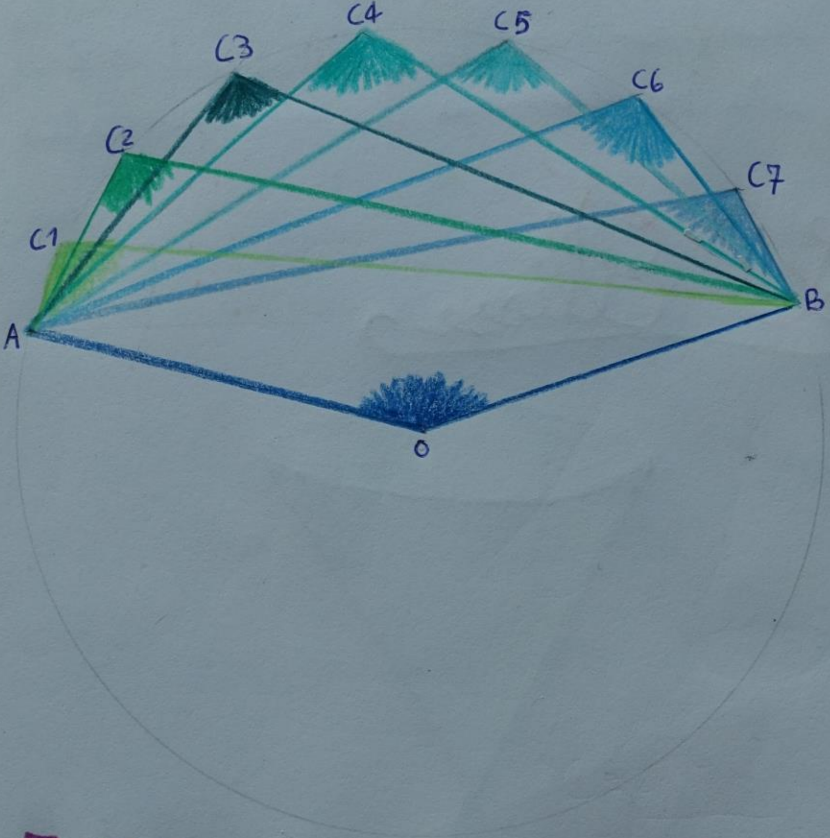
$\angle AC_1B = 42^\circ$

$\angle AC_5B = 42^\circ$

$\angle AC_7B = 43^\circ$

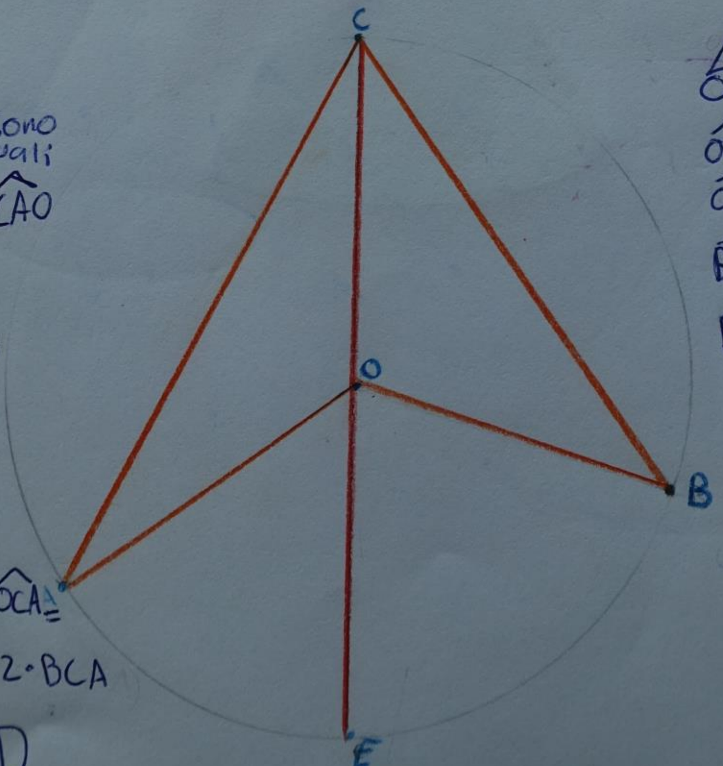
$\angle AC_9B = 43^\circ$

$\angle AOB = 86^\circ$



$\angle AC_1B = 73°$
$\angle AC_3B = 74°$
$\angle AC_5B = 74°$
$\angle AC_7B = 76°$
$\angle AOB = 146°$

DIMOSTRAZIONE



$\widehat{OAC}$ e $\widehat{ACO}$ = sono uguali

$\widehat{EOA} = \widehat{OCA} + \widehat{CAO}$

$\widehat{EOA} = 2 \cdot \widehat{OCA}$

$\widehat{BOA} = \widehat{BOE} + \widehat{EOA}$

$\widehat{BCA} = \widehat{BCO} + \widehat{OCA}$

$\triangle OCB$ e $\triangle AOC$ = sono isosceli

$\widehat{OBC}$ e $\widehat{BCO}$ = sono uguali

$\widehat{OCA}$ e $\widehat{CAO}$ = sono uguali

$\widehat{BOE} = \widehat{BOC} + \widehat{BCO}$

$\widehat{BOE} = 2 \cdot \widehat{BCO}$

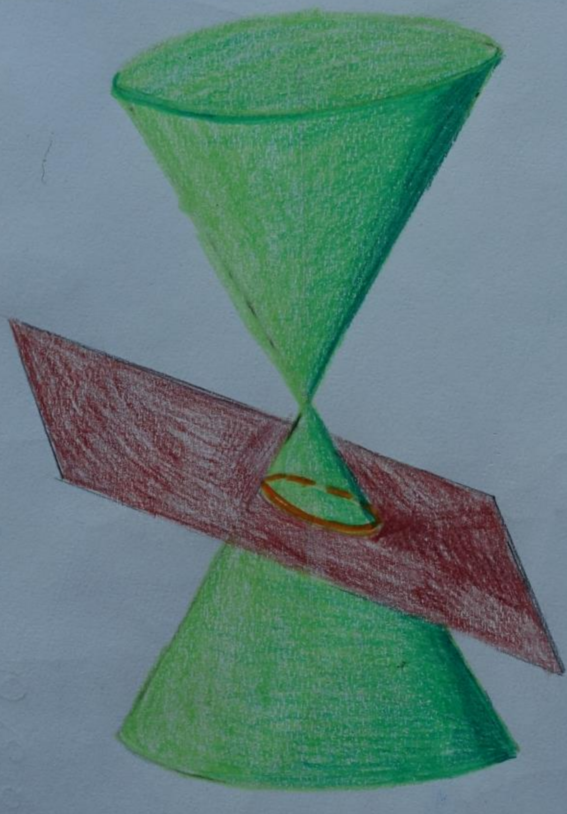
$\widehat{BOA} = 2 \cdot \widehat{BCO} + 2 \cdot \widehat{OCA} =$
$= 2 \cdot (\widehat{BCO} + \widehat{OCA}) = 2 \cdot BCA$

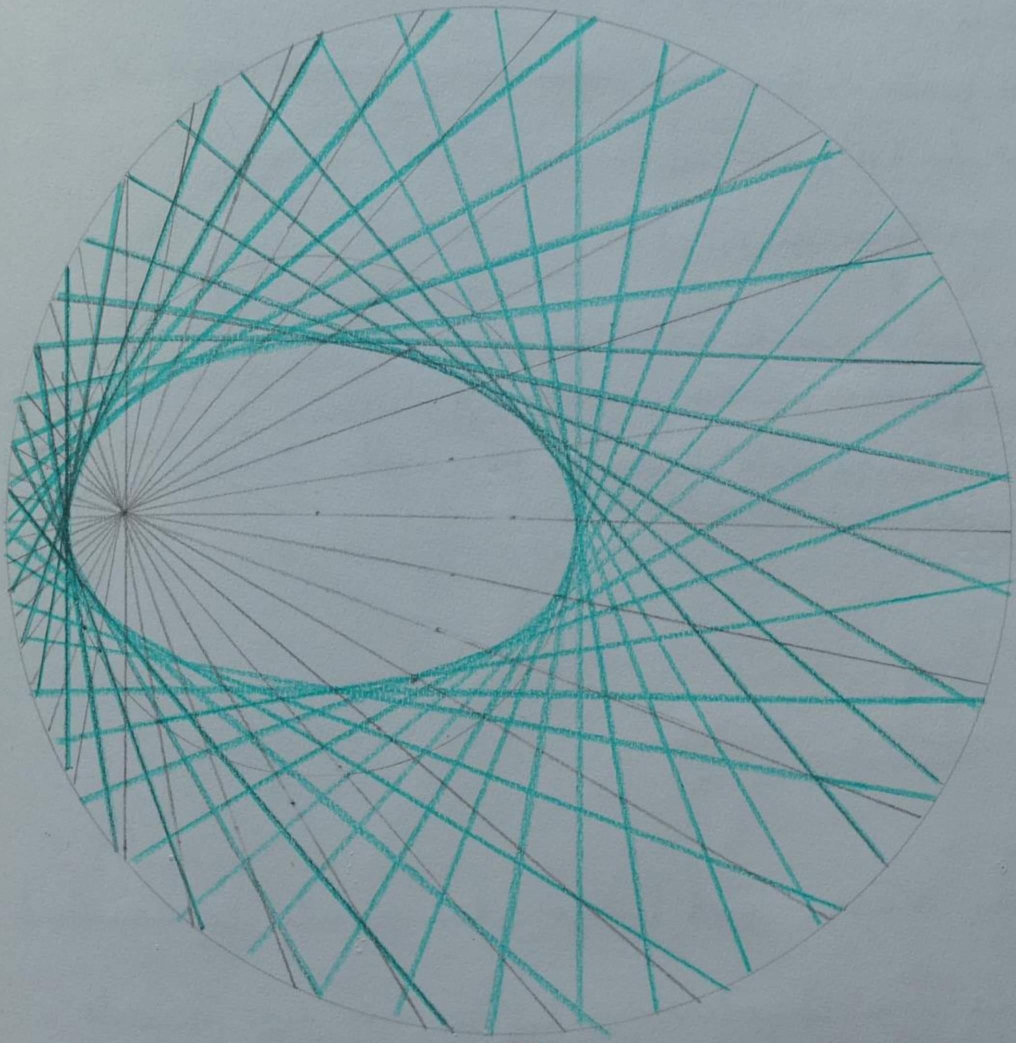
C.V.D

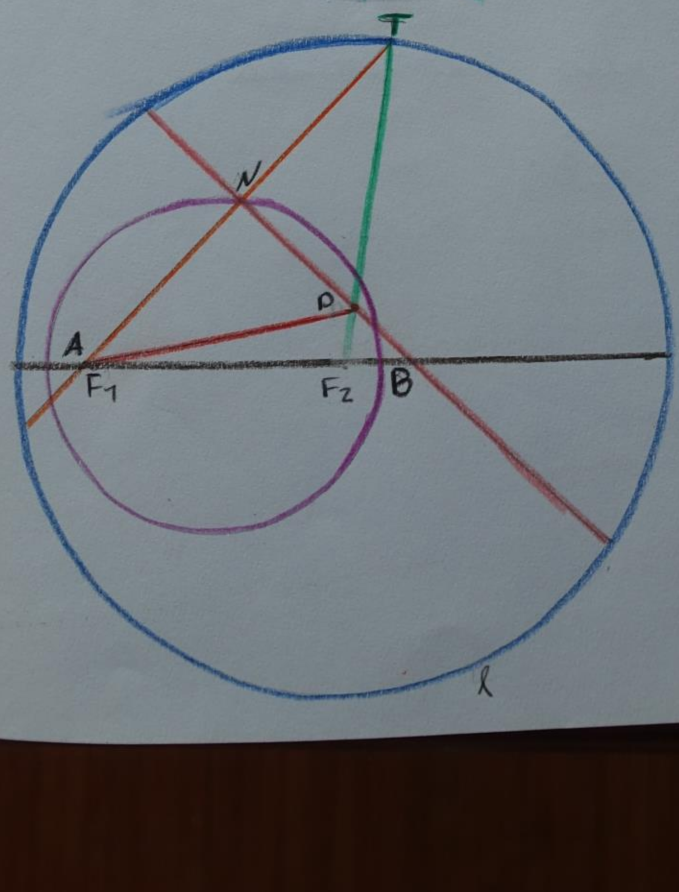
TEOREMA DELL'ANGOLO AL CENTRO E DELL'ANGOLO ALLA CIRCONFERENZA

In ogni circonferenza l'angolo al centro è il doppio dell'angolo alla circonferenza che insiste sullo stesso arco.

L'Ellisse






T
N
P
A
F1
F2
B
l

N è il punto medio di $\overline{F_1T}$.

P è il punto di tangenza della retta passante per N e P e l'ellisse.

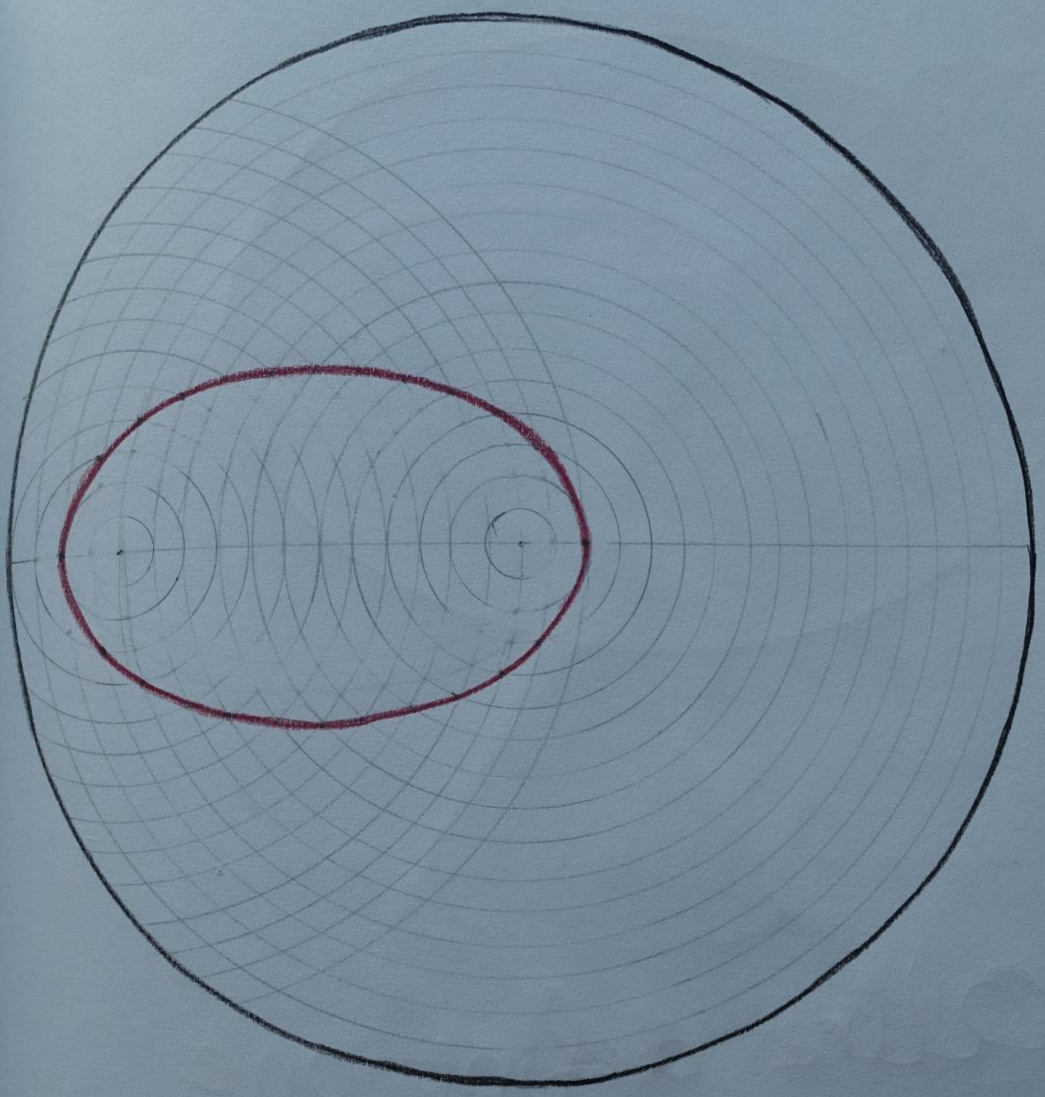
Visto che $\overline{NP} \perp$ a $\overline{F_1T}$, il triangolo $\overline{F_1PT}$ è isoscele.

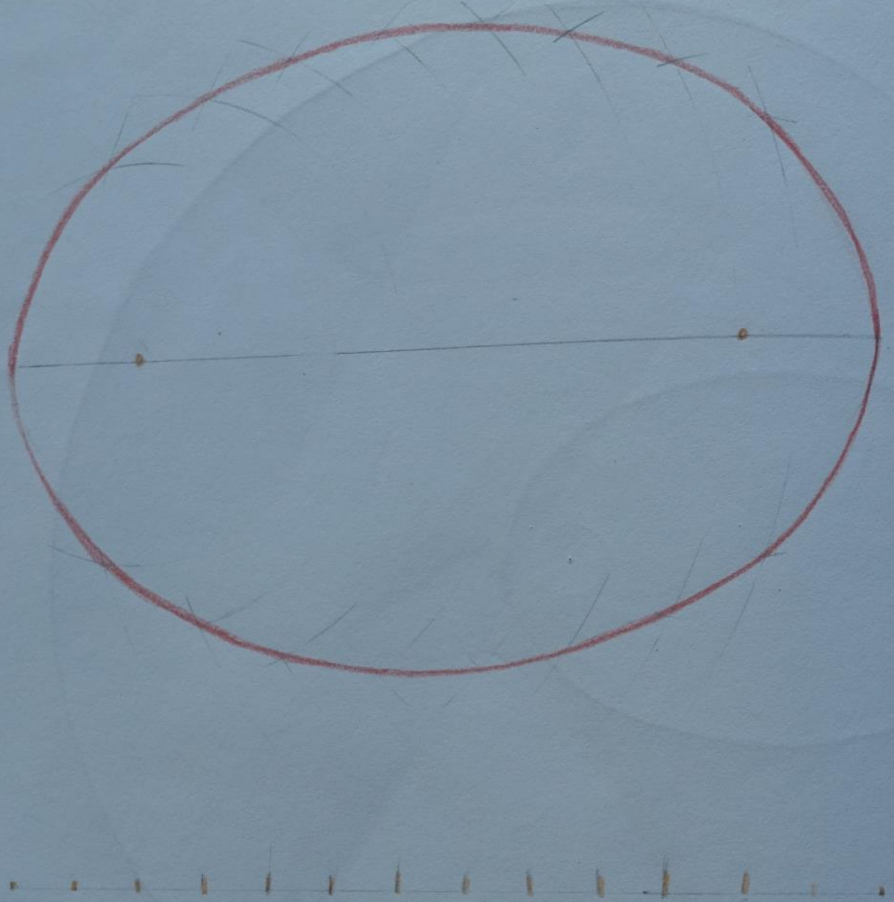
Ciò significa che $\overline{F_1P} = \overline{PT}$

Possiamo anche verificarlo con i punti A e B in cui la circonferenza piccola coincide con l'ellisse. In quei punti, le distanze dell'ellisse da F_1 e dalla circonferenza grande sono uguali

Definizione

L'ellisse è il luogo dei punti equidistanti da una circonferenza L e da un punto F_1 interno alla circonferenza.





Altra definizione di Ellisse

L'ellisse è il luogo dei punti in cui è costante la somma delle distanze da due punti detti fuochi, giacenti sull'asse maggiore ed equidistanti dal centro.

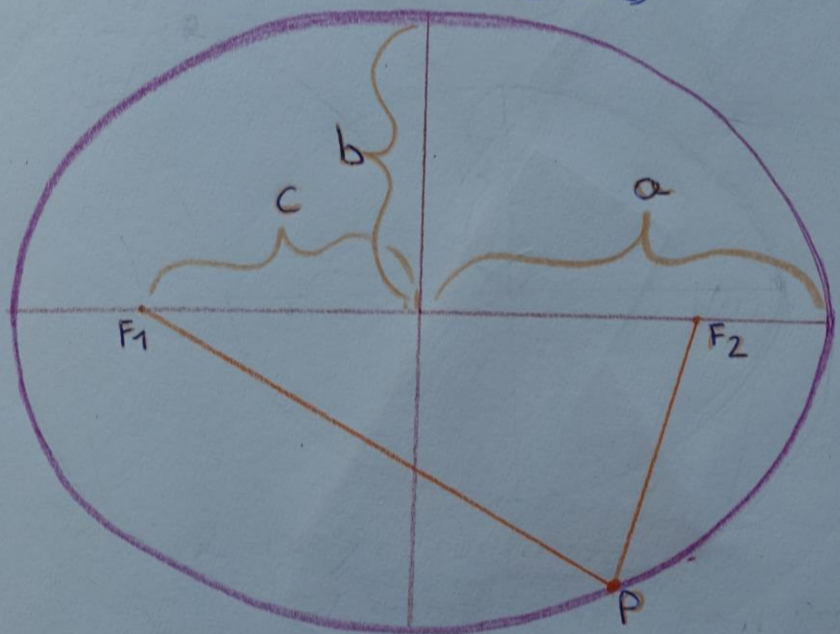
a = asse maggiore

b = asse minore

$F_1P + F_2P = 2a = \text{costante}$

c = distanza dei fuochi dal centro

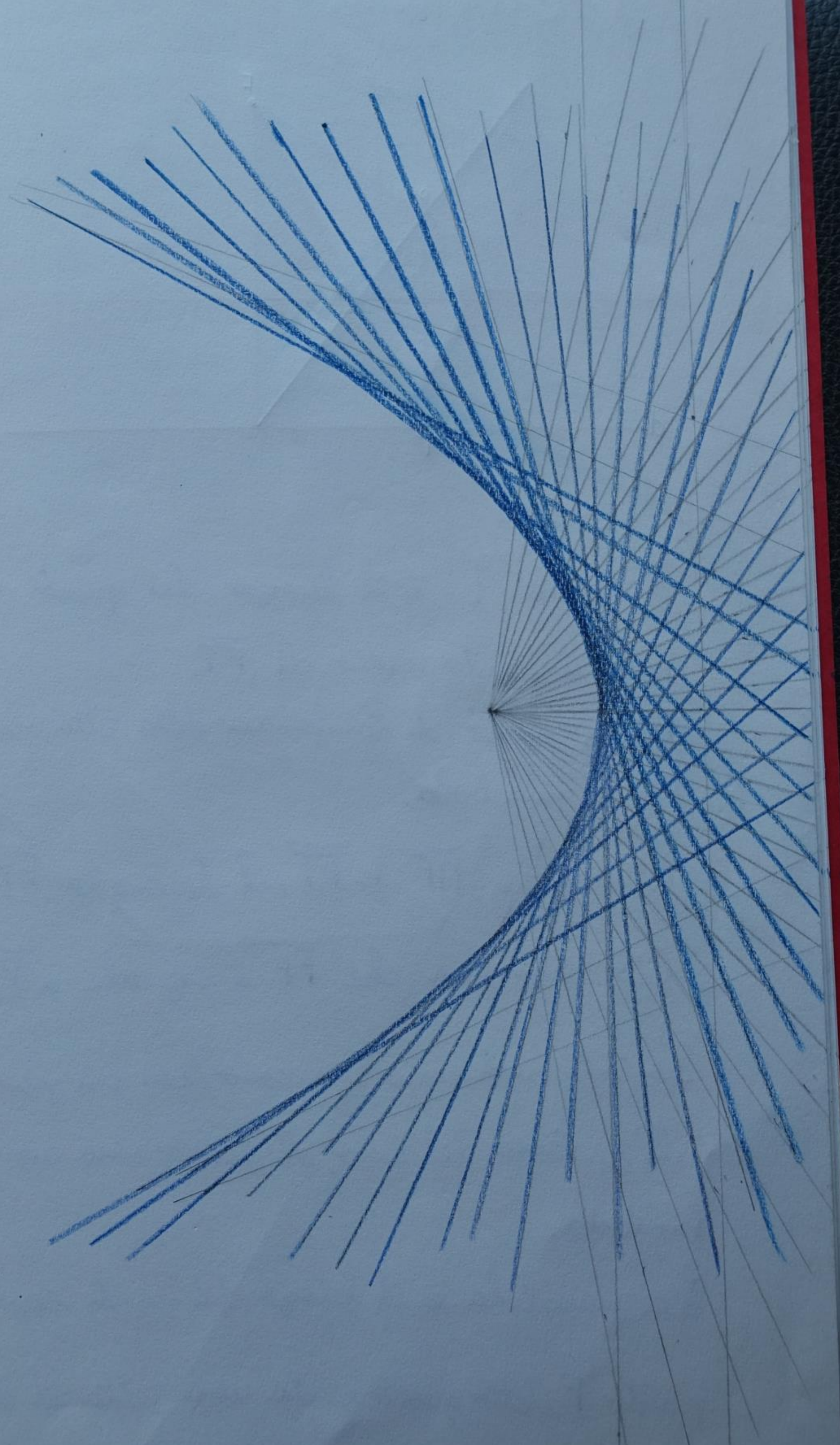
Eccentricità $= e = \frac{c}{a}$ (tra 0 e 1)

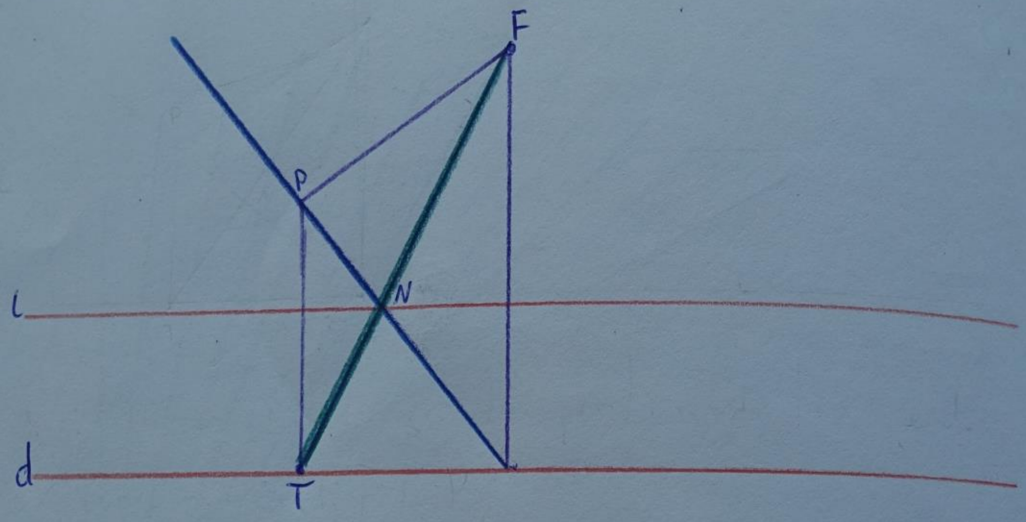


Casi estremi: $e = 0 \Rightarrow$ circonferenza

$e = 1 \Rightarrow$ segmento lungo $2a$, percorso due volte.

La Parabola





La retta l è il luogo dei punti medi tra F e d.

N è il punto medio di $\overline{FT}$.

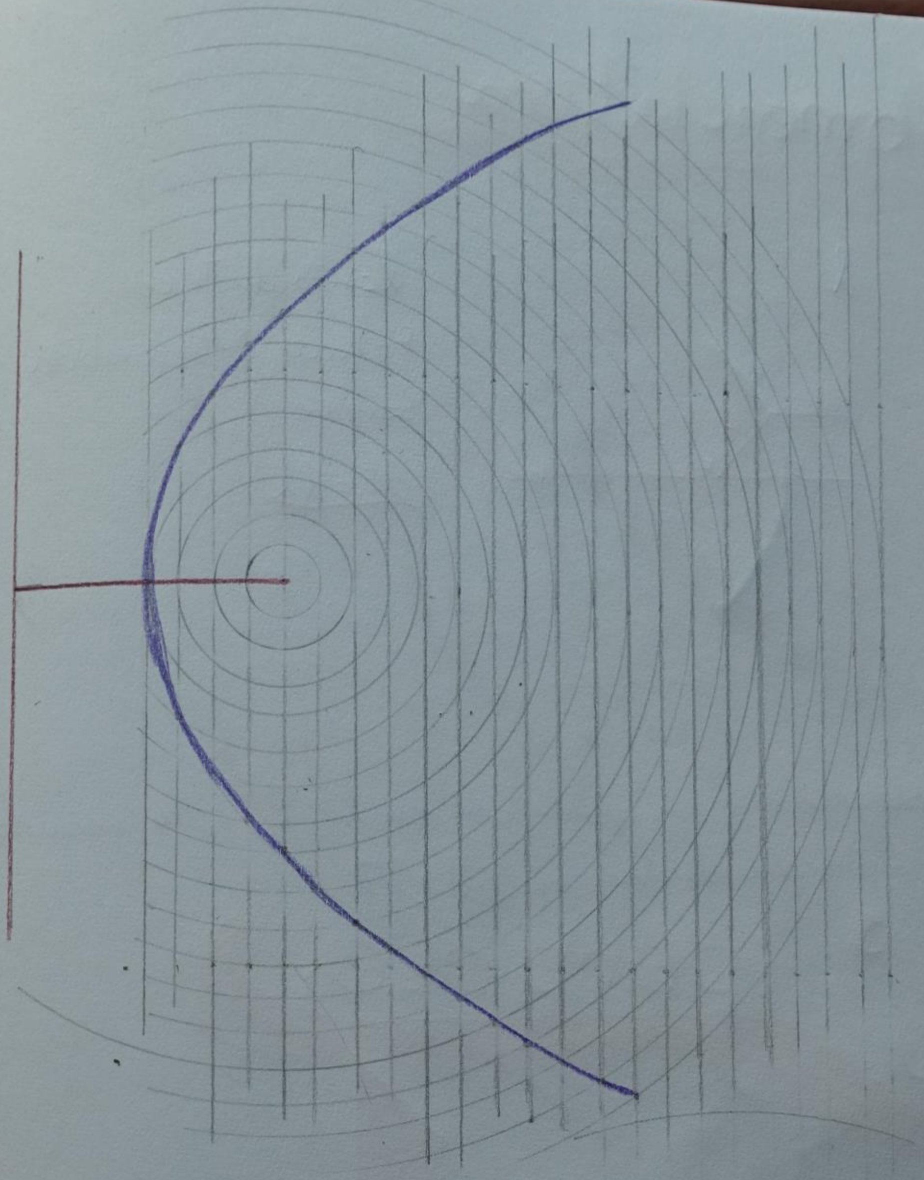
P è il punto di tangenza della retta passante per N e P e la parabola.

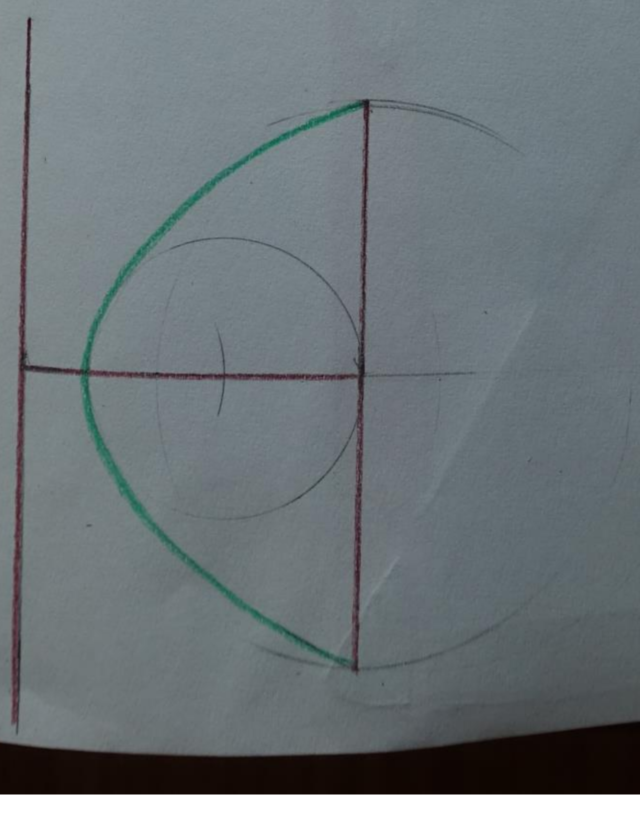
Visto che $\overline{NP} \perp \overline{FT}$, il triangolo $\widehat{FPT}$ è isoscele.

Ciò significa che $\overline{FP}$ è uguale a $\overline{PT}$.

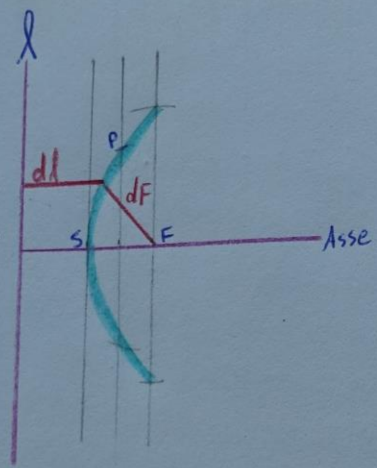
Se intersechiamo un cono con un piano parallelo all'apotema del cono, otteniamo una curva chiamata Parabola.

La parabola è il luogo dei punti equidistanti da un punto F detto fuoco e da una retta d detta direttrice.





Nomenclatura



l = retta direttrice

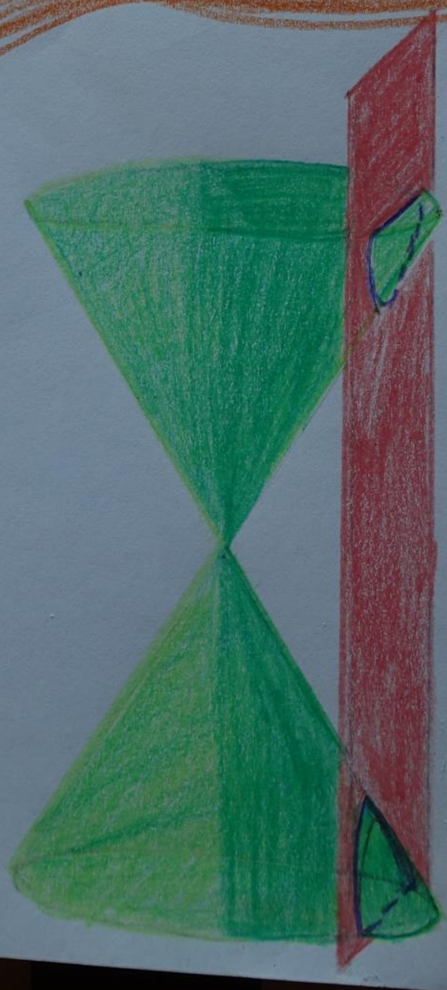
F = fuoco della parabola

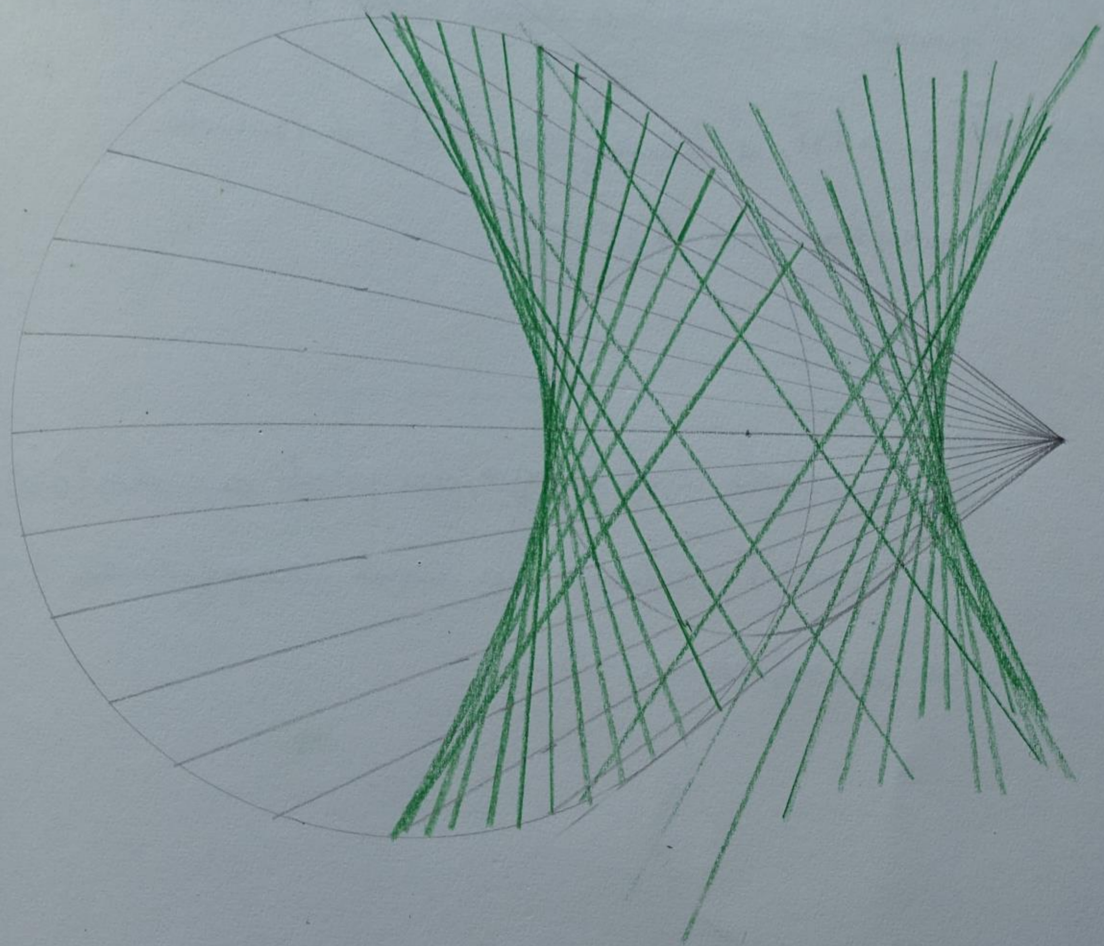
S = apice

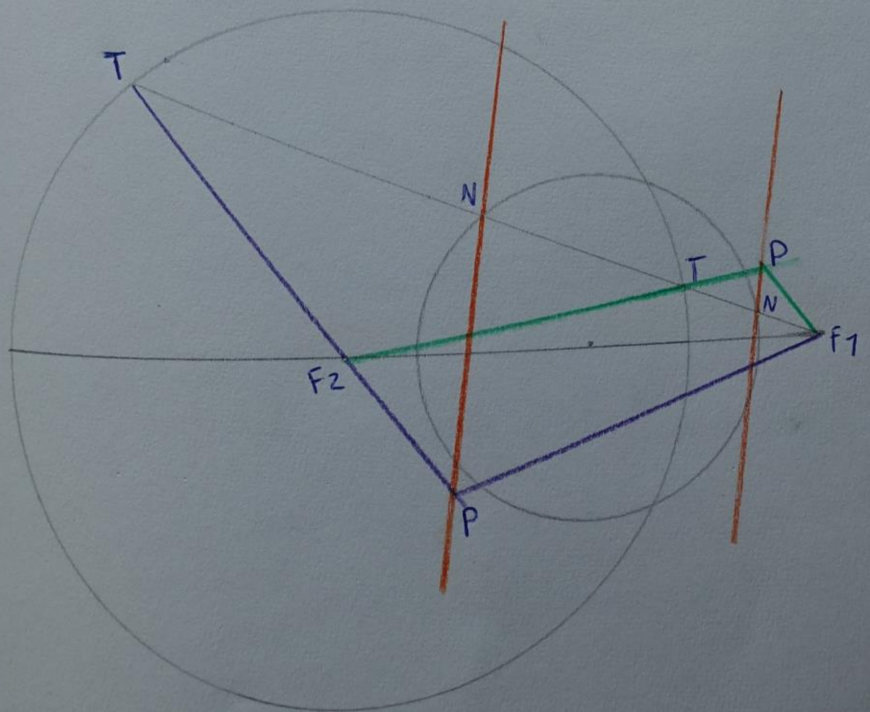
$dF = dl$

Se consideriamo un qualsiasi punto P della parabola, vale sempre che distanza $(P, l) = \overline{PF}$

L'iperbole






T
N
T
P
N
F1
F2
P

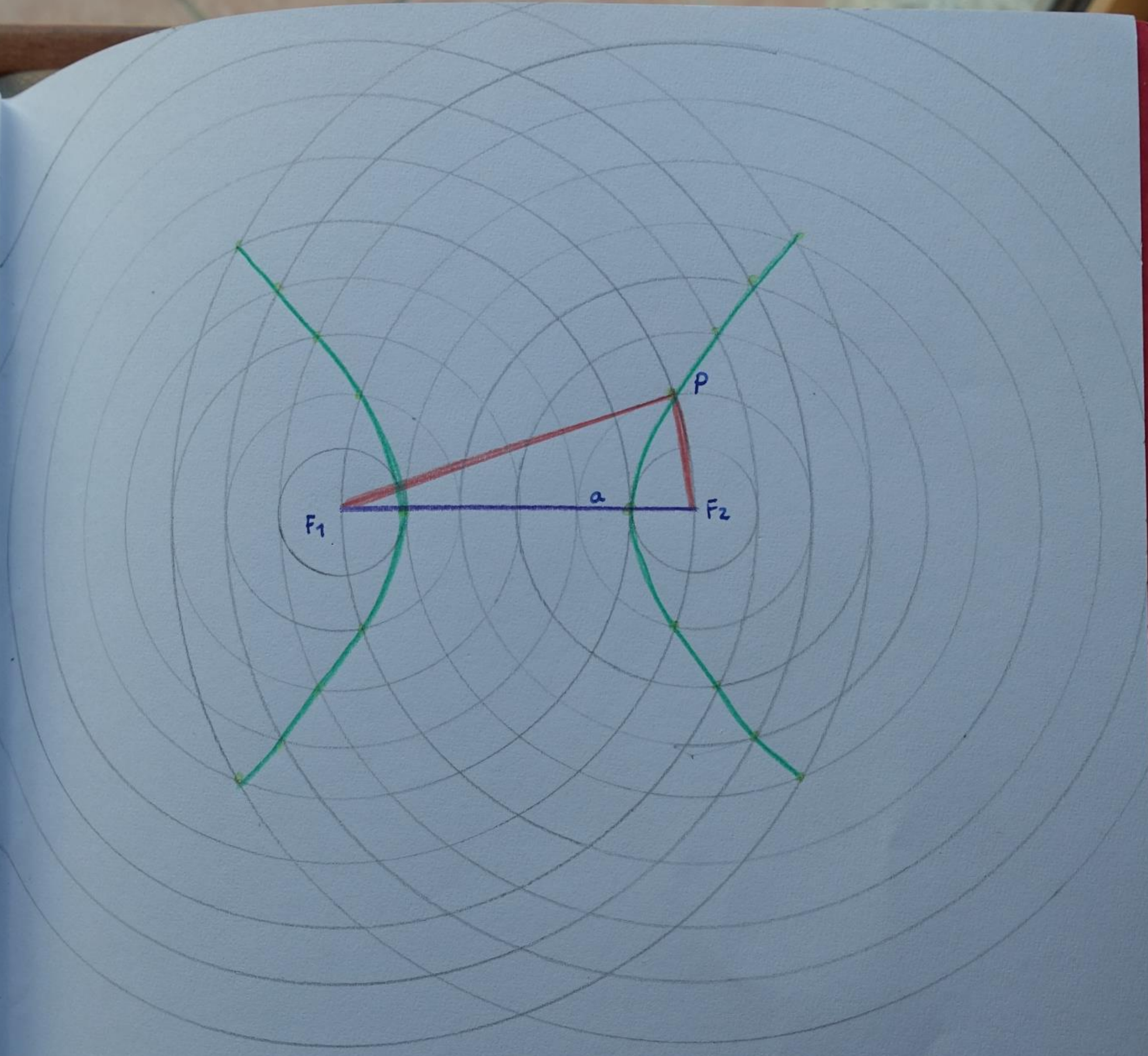
N è il punto medio di $\overline{F_1T}$.

P è il punto di tangenza della retta passante per NP e l'iperbole

Visto $\overline{NP} \perp$ a $\overline{F_1T}$, il triangolo $\widehat{F_1PT}$ è isoscele.

Ciò significa che $\overline{F_1P} = \overline{PT}$

L'iperbole è il luogo dei punti equidistanti da un punto F_1 esterno da una circonferenza ℓ e la circonferenza stessa.



$|F_1P - F_2P|^* = \text{costante} = 2a$

$\overline{A_1A_2} = 4cm$

$F_1A_1 = 1cm$

$F_2A_1 = 5cm$

Altra definizione per iperbole:

L'iperbole è il luogo dei punti la cui distanza da due punti fissi detti fuochi a differenza costante.

6-2
7-3
2-6
3-7

*|....| = valore assoluto