

SHINE

Floating in the spaces of our mind and our soul
See the world so small and no one knows what's beyond
Closing up the boxes while horizons fade out
Striving for the north while sunlight shines from the south

Don't see the rainbow, bright colors arise

Did not have time to look inside

Swim in the blue waves of our dreams

Singing the blues, no reason for tears

You will shine, don't let it fade away

You will shine, don't leave it back today

Breathe in the spirit, let him flow through
Give life a way, to become true

Follow the senses, taste all the vibes

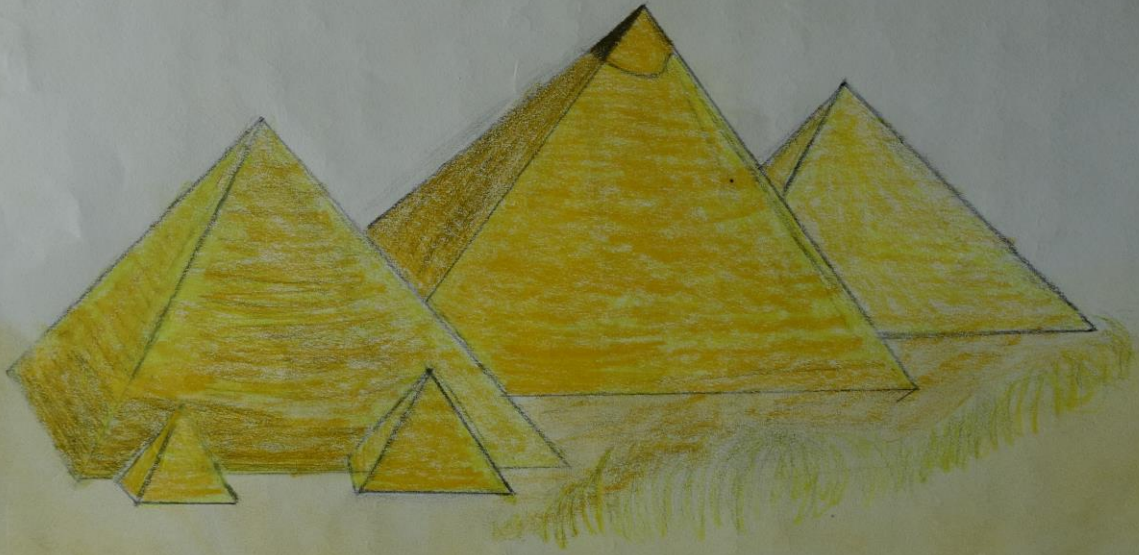
Love is not far, just strengthen your sight

You will shine, don't let it fade away

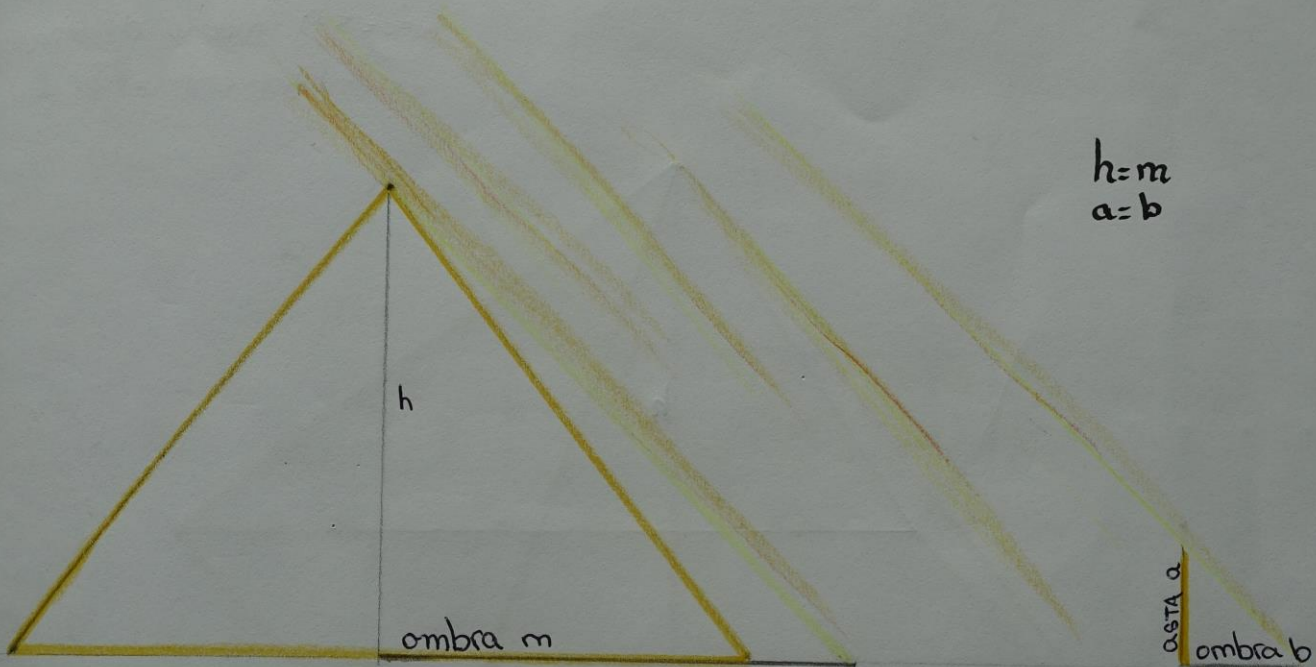
You will shine, don't leave it back today

X2

DISEGNO LE PIRAMIDI DI GIZA



MISURA DELL'ALTEZZA DELLA GRANDE PIRAMIDE DI GIZA

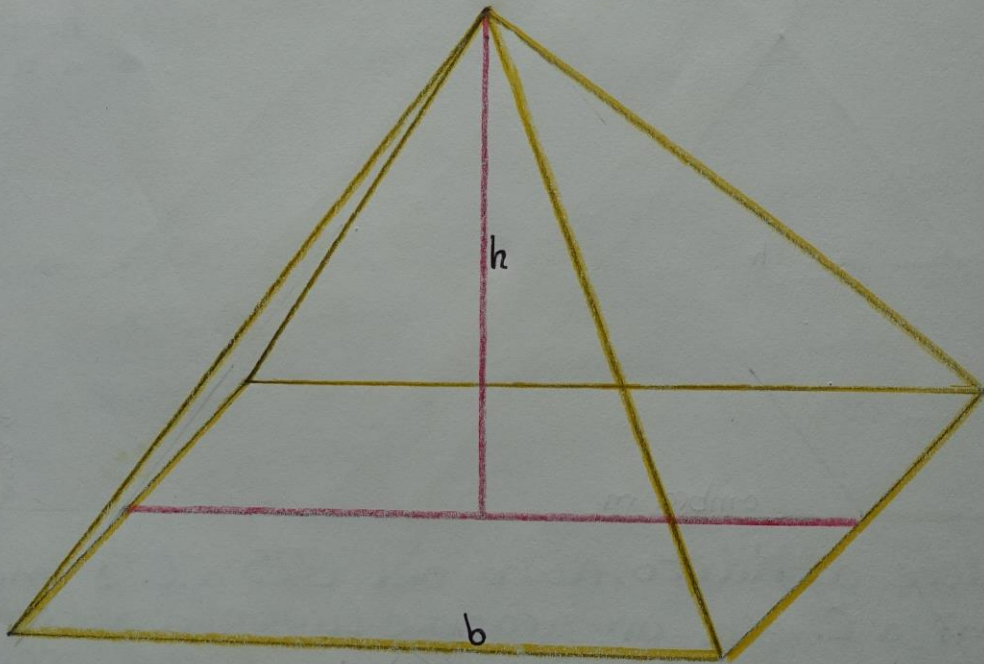


$$h = m$$
$$a = b$$

Talete di Mileto, nato nel 625 a.C. e morto nel 547 a.C., era un grande filosofo, astronomo e matematico. Nessuno a quei tempi credeva che fossero dei buoni lavori; Quando però il faraone Amasis lo sfidò a misurare l'altezza della grande piramide strabiliò tutti con il suo metodo semplice e ingegnoso: prese un'asta, di cui conosceva l'altezza, e la piantò vicino alla grande piramide e aspettò, misurando la lunghezza dell'ombra di essa a intervalli regolari. Nel momento in cui l'ombra dell'asta fu lunga come essa Mileto misurò anche l'ombra della piramide sapendo che in quell'istante l'ombra di un qualsiasi oggetto fosse lunga come esso.

LE GRANDEZZE DELLA GRANDE PIRAMIDE

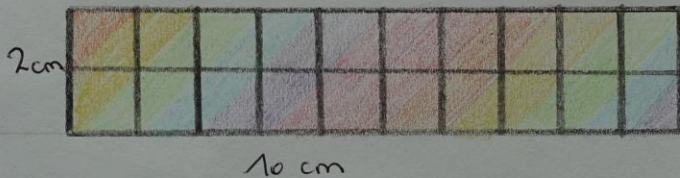
base $b=440$ cubiti = 230 m
altezza $h=280$ cubiti = 146 m
perimetro $= 4 \cdot b = 1760$ cubiti = 910 m
peso = 5,9 milioni di tonnellate
orientamento = nord



RETTANGOLI EQUIVALENTI



$$4\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 20\text{cm}^2$$



$$2\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 20\text{cm}^2$$



$$2,5\text{cm} \cdot 8\text{cm} = 20\text{cm}^2$$

DEFINIZIONI:

In geometria piana, due figure si dicono equivalenti quando occupano la stessa area.

Due figure si dicono simili quando hanno la stessa forma.

Due figure si dicono congruenti quando hanno la stessa forma e le stesse dimensioni, quindi quando sono perfettamente sovrapponibili. Per indicare che due figure sono congruenti si usa il simbolo " \cong ".

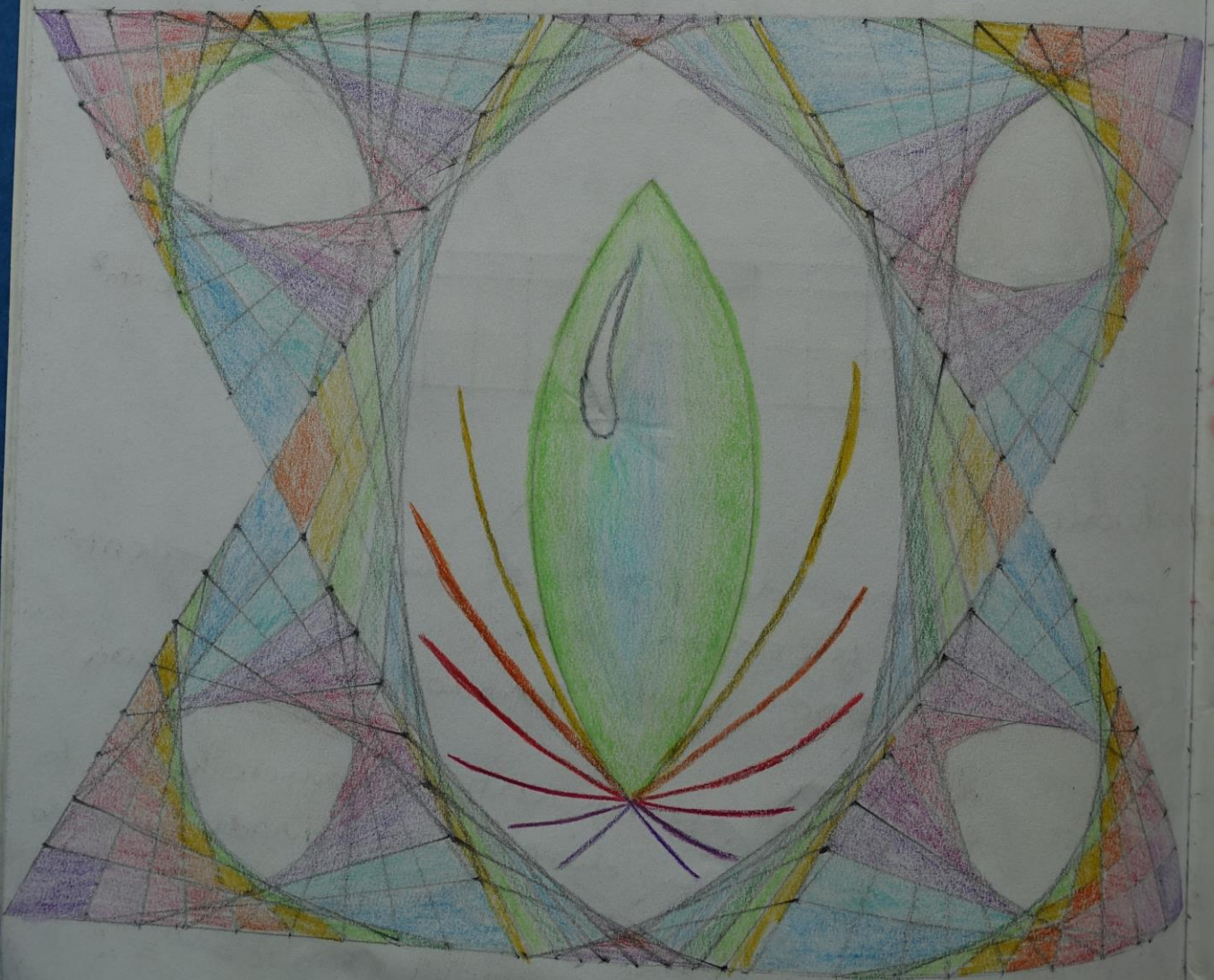
REGOLA:



a larghezza di un rettangolo è spesso denominata base (b). Un rettangolo di base b cm e altezza h ha $b \cdot h$ cm² di superficie.

AREA DEL RETTANGOLO = BASE · ALTEZZA

$$A = B \cdot H$$

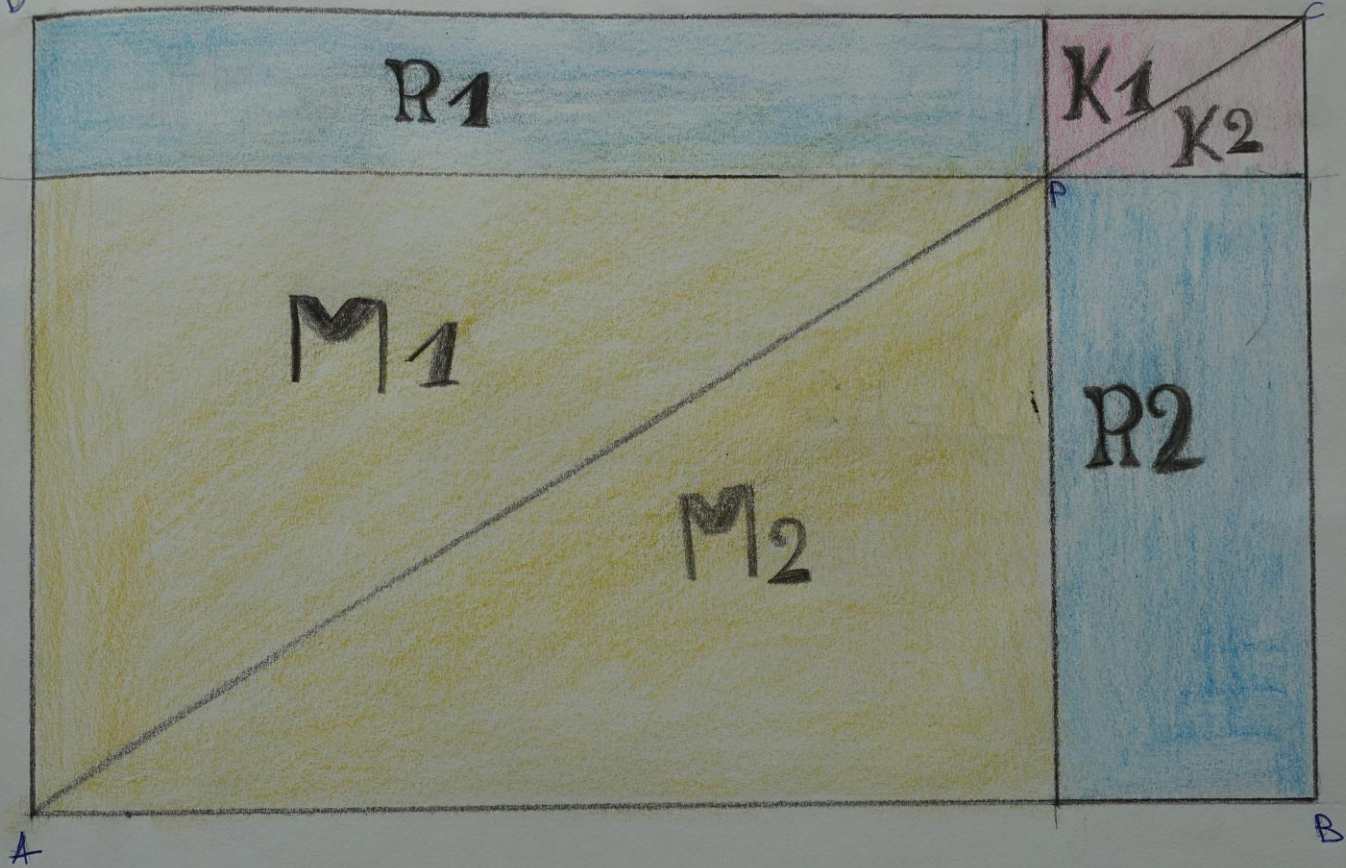


LA FIGURA DELLO GNOMONE

$$G_1 = ACD$$
$$G_2 = ABC$$

$$b_1 = 16,7 \quad b_2 = 4,3$$
$$h_1 = 2,7 \quad h_2 = 10,4$$
$$R_1 = 45,09 \quad R_2 = 44,72$$

D



1. COSTRUIAMO UN RETTANGOLO CON $b = 21$ cm E $h = 13$ cm
2. DISEGNAMO LA DIAGONALE A C
3. SCEGLIAMO UN PUNTO P A PIACERE SULLA DIAGONALE
4. TRACCIAMO DUE RETTE PASSANTI PER P E PARALLELE AI LATI
5. ABBIAMO MISURATO E CALCOLATO LE AREE DEI RETTANGOLI R1 E R2 COSTATANDO CHE ERANO QUASI EQUIVALENTI.

Sono veramente
equivalenti?

dimostrazione dell'equivalenza di R_1 e R_2

$$G_1 = G_2$$

$$M_1 = M_2$$

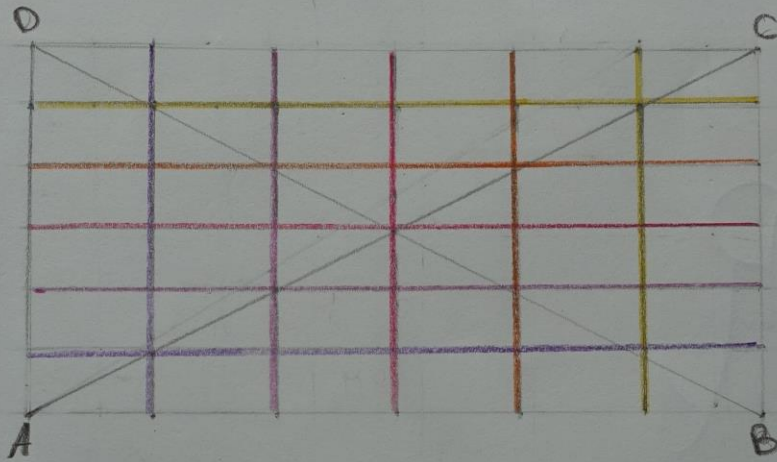
$$K_1 = K_2$$

$$R_1 = G_1 - M_1 - K_1$$

$$R_2 = G_2 - M_2 - K_2$$

$$\Rightarrow R_1 = R_2$$

Esercizio con lo gnomone



- P1
- P2
- P3
- P4
- P5

| AP cm | b1 cm | h1 cm | RA cm | b2 cm | h2 cm | RA cm |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 2 | 2 | 5 | 10 | 10 | 1 | 10 |
| 4 | 4 | 5 | 20 | 10 | 2 | 20 |
| 6 | 6 | 5 | 30 | 10 | 3 | 30 |
| 8 | 8 | 5 | 40 | 10 | 4 | 40 |
| 10 | 10 | 5 | 50 | 10 | 5 | 50 |

Secondo esercizio con lo gnomone

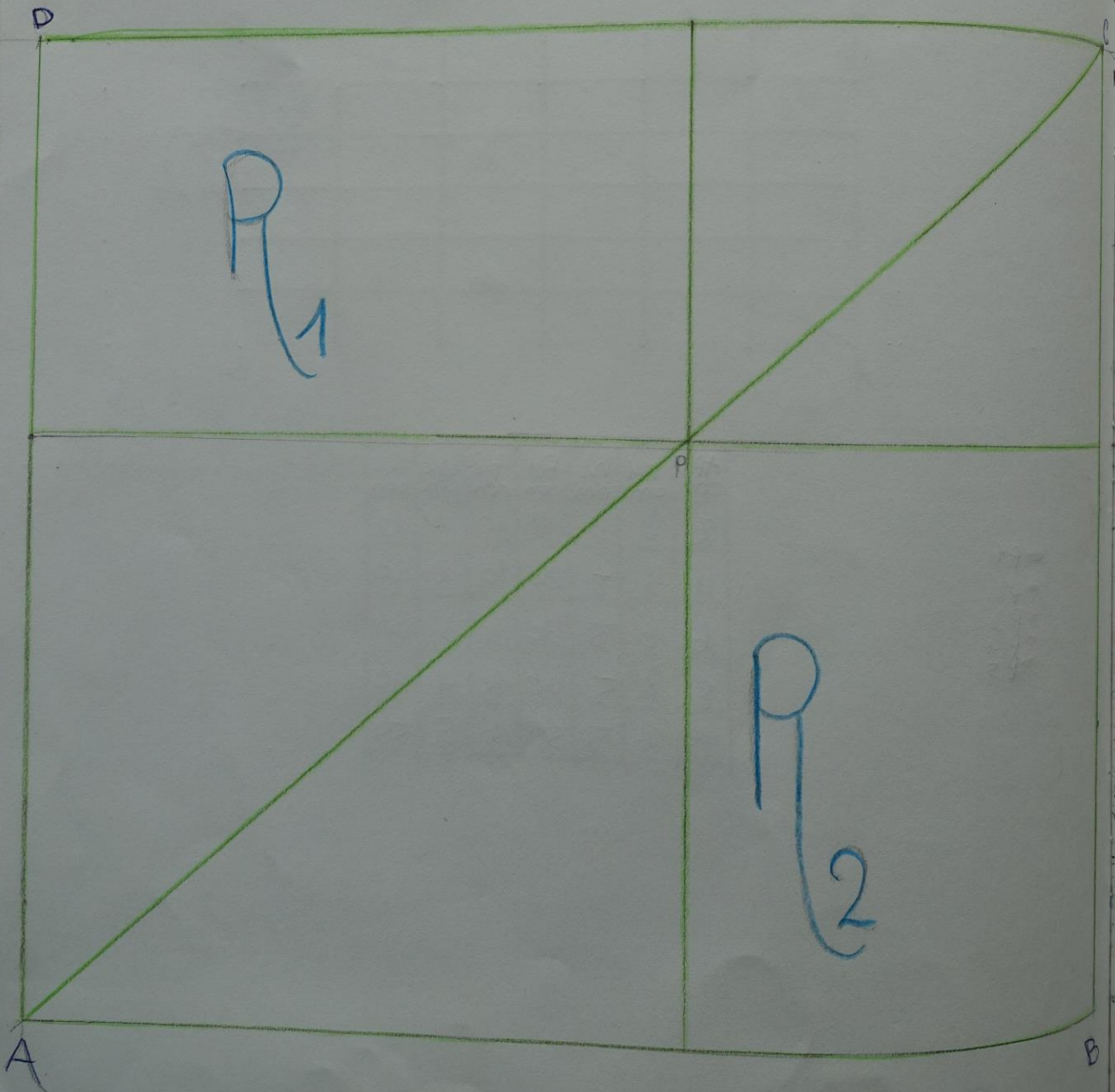
compito costruire

dato un rettangolo equivalente al rettangolo R_1 tramite la figura dello gnomone

$$R_1: b_1 = 13 \text{ cm}$$

$$h_1 = 8 \text{ cm}$$

$$R_2: b_2 = 9 \text{ cm}$$



2° esercizio con lo gnomone

Dato un rettangolo R_1 costruire tramite la figura dello gnomone un rettangolo R_2 equivalente con base b_2 data.



SERIE DI RETTANGOLI EQUIVALENTI



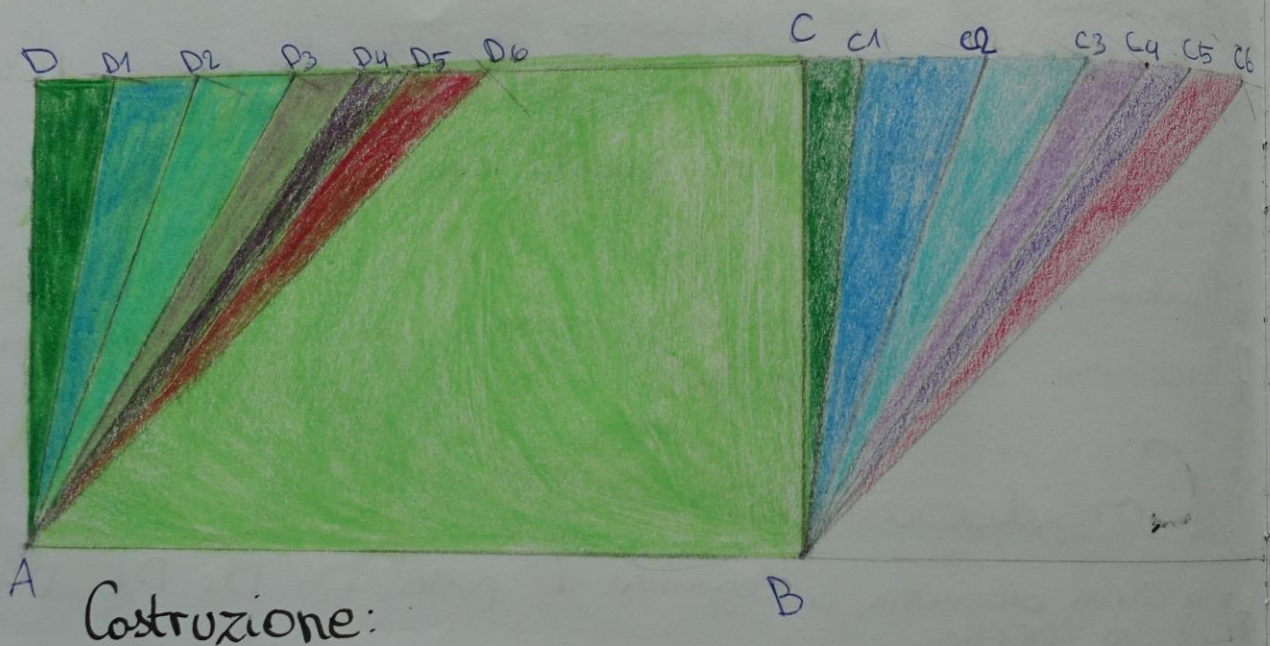
Costruzione

1. Costruiamo le rette X e Y perpendicolari tra loro,
2. Costruiamo il rettangolo R_1 con i vertici $ABCP$.
3. Costruiamo la retta t a piacere passante per P in modo che intersechi X e Y nei punti A_n e C_n ($n=1, 2, 3, \dots$).
4. Costruiamo 2 rette passanti per A_n la prima e C_n la seconda e parallele alle rette X e Y .
5. Nel punto di incontro di queste rette troviamo il punto D_n .
6. Ruotiamo t a piacere intorno a P in senso antiorario.
7. Ripetiamo dal punto 3.

Considerazioni

- * La curva ottenuta collegando i punti $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$ è un'iperbole.
- * I rettangoli con angoli in P e $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$ sono equivalenti al rettangolo R_1 .

Lo scorrimento di figure piane



- Costruzione:
1. Costruisco un rettangolo.
 2. Punto il compasso in A con apertura maggiore della altezza del rettangolo e trovo il punto di intersezione dell'apertura del compasso del lato CD.
 3. Punto il compasso in B e trovo il punto di intersezione dell'apertura del compasso con il prolungamento del lato ED.
 4. Trovo D₁ collegando A col punto trovato in 2.
 5. Trovo C₁ collegando B col punto trovato in 3.
 6. Ripeto da 2. aumentando l'apertura del compasso.

Considerazione

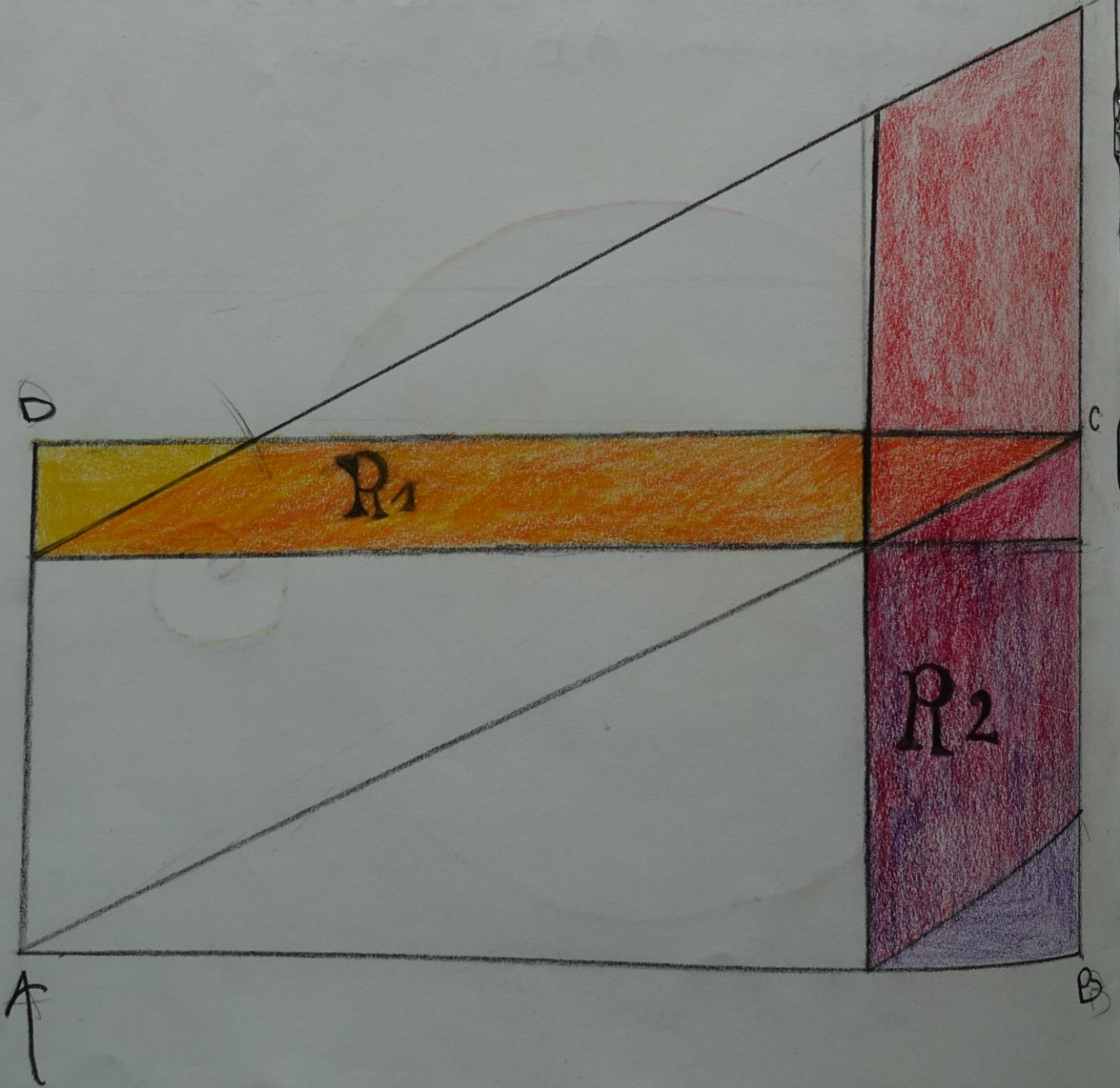
Le figure $AB C_n D_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) sono dei parallelogrammi. Il triangolo $AD_1 D$ è congruente al triangolo $B C_1 C$, quindi il parallelogramma $A B C_1 D_1$ è equivalente al rettangolo $A B C D$.

Questa considerazione vale per tutti i parallelogrammi costruiti in questo modo.
Area del rettangolo $A B C D = b \cdot h \Rightarrow$ area dei parallelogrammi $A B C_n D_n = b \cdot h$.

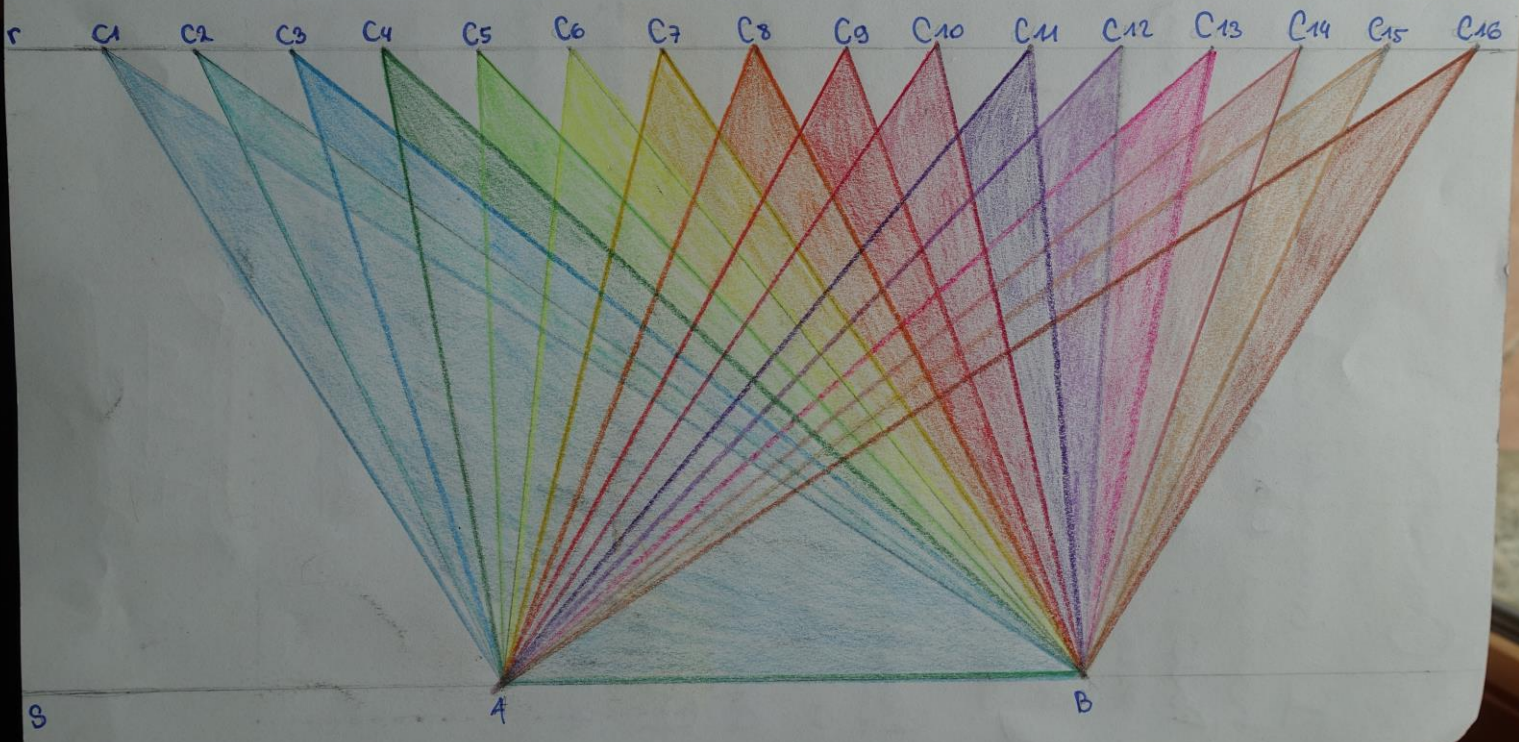


DIMOSTRAZIONE

Dimostrazione dell'equivalenza di R_1 e R_2 nello grammo
tramite scorrimenti



Lo scorrimento del triangolo



CONSIDERAZIONI

I triangoli costruiti in questo modo hanno tutti altezza uguale.

Poiché i triangoli sono sempre equivalenti alla metà della superficie dei rispettivi parallelogrammi, le loro superfici sono equivalenti tra di loro.

Regola 1: QUANDO IL VERTICE DI UN TRIANGOLO SI MUOVE PARALLELO ALLA BASE, LA SUPERFICIE DEL TRIANGOLO NON CAMBIA!

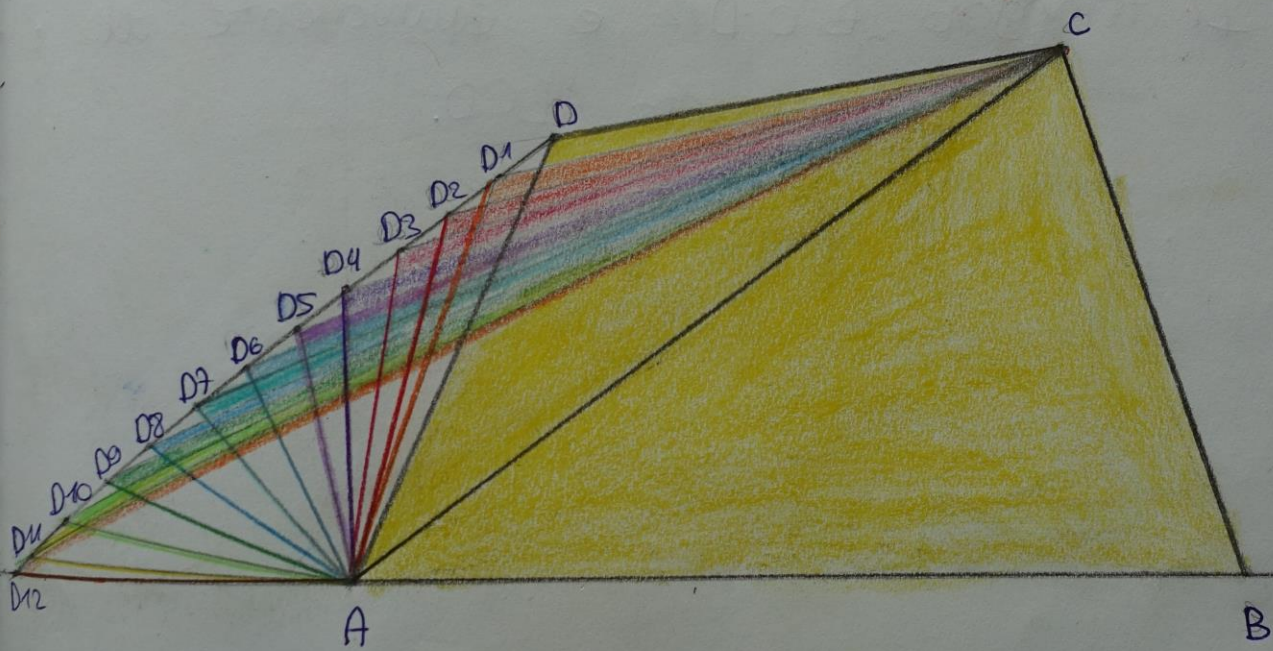
Regola 2: DUE TRIANGOLI AVENTI BASE E ALTEZZA UGUALI SONO EQUIVALENTI.

AREA DEL TRIANGOLO =

$$\frac{\text{BASE} \cdot \text{ALTEZZA}}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Costruzione di un triangolo
equivalente ad un quadrilatero
ABCO dato

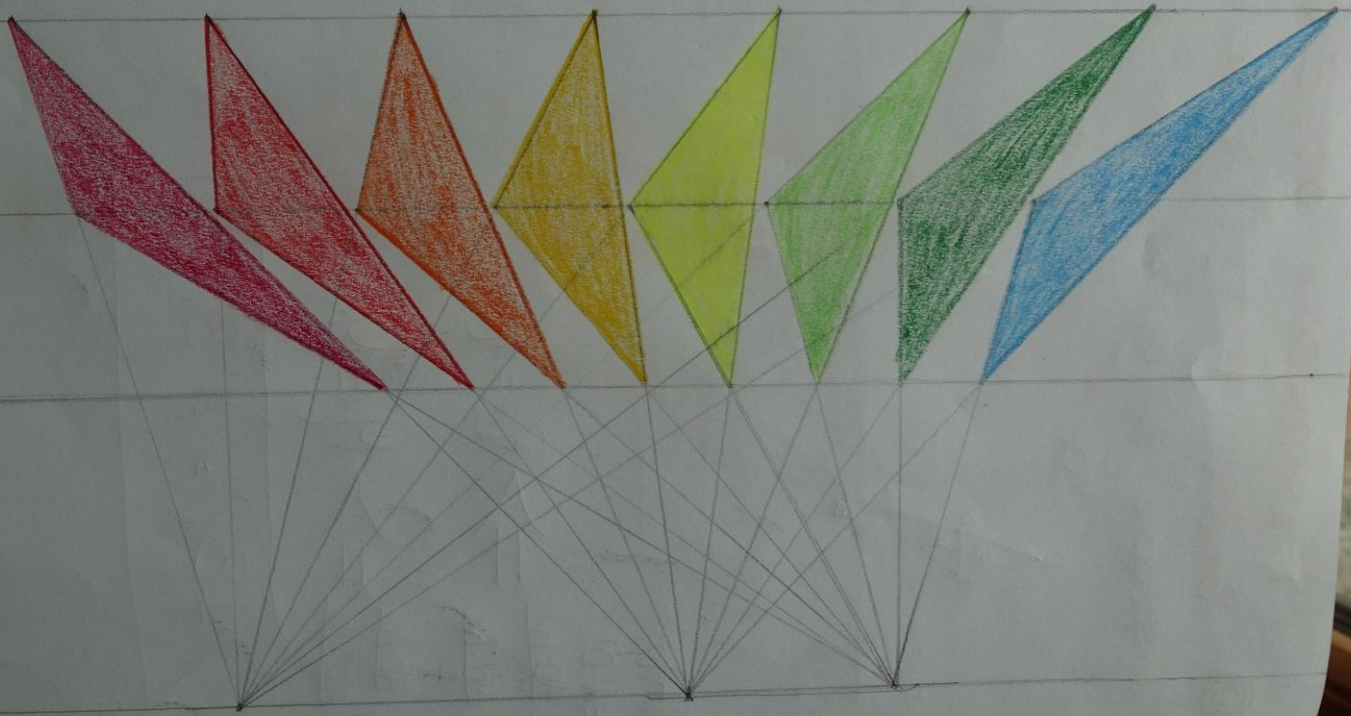


Costruzione

1. Costruiamo un quadrilatero $ABCD$
2. Tracciamo il segmento AC
3. Facciamo scorrere il punto D sulla retta parallela a d prolungamento AB fino all'intersezione del AC

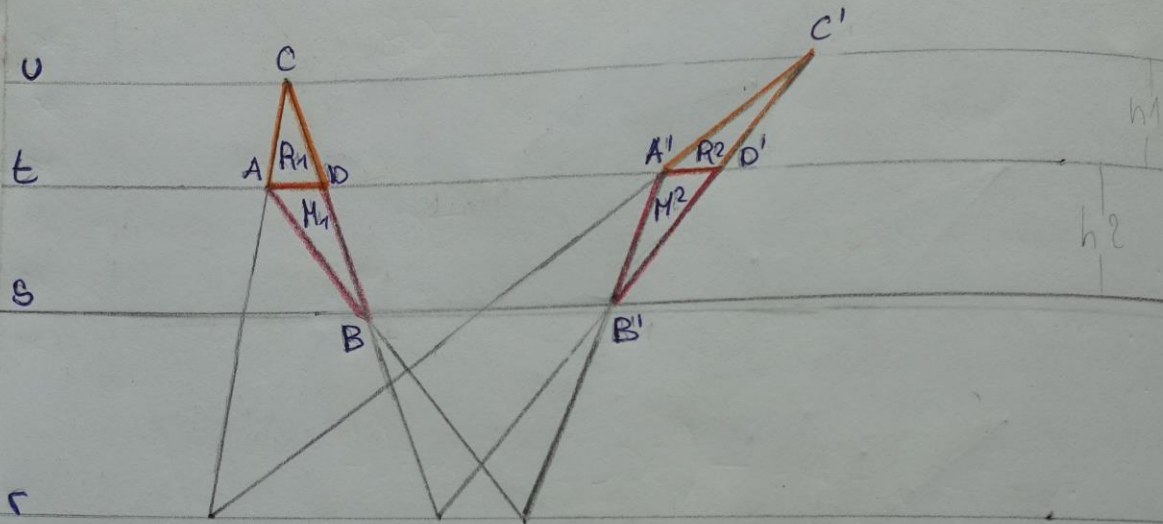
Il triangolo BCD_2 è equivalente al quadrilatero $ABCD$.

Lo scorrimento di triangoli come procedimento nell'intero piano



① i TRIANGOLI OTTENUTI
SONO TUTTI EQUIVALENTI

dimostrazione dell'equivalenza dei triangoli



$$r \parallel s \parallel t \parallel u$$

$$AD = A'D'$$

$$P_1 = \frac{AD \cdot h_1}{2} \Rightarrow P_1 = P_2$$

$$P_2 = \frac{A'D' \cdot h_1}{2}$$

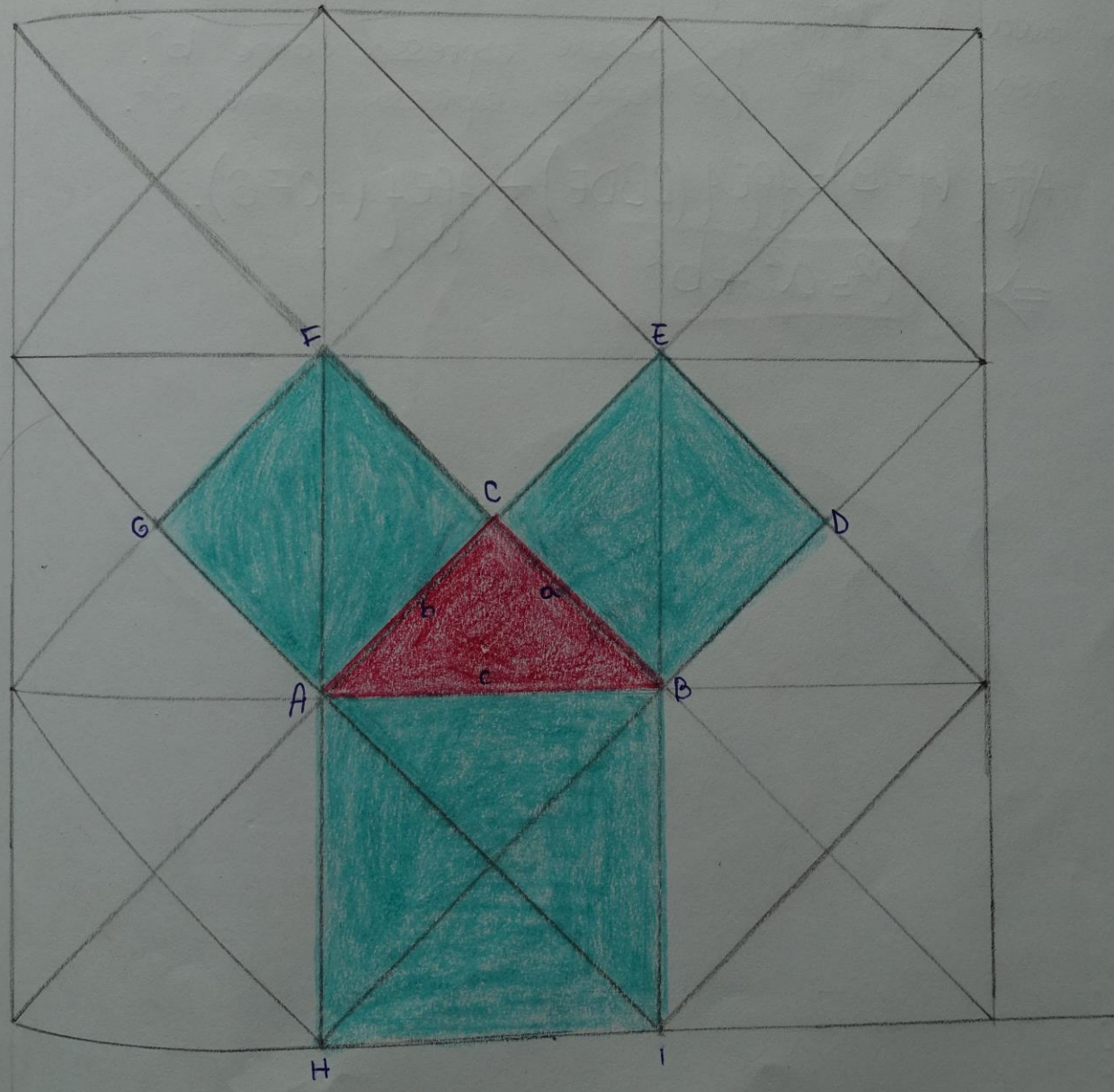
$$M_1 = \frac{AD \cdot h_2}{2}$$

$$M_2 = \frac{A'D' \cdot h_2}{2} \Rightarrow M_1 = M_2$$

$$ABC = A'B'C'$$

IL TEOREMA DI PITAGORA

in un
TRIANGOLO RETTANGOLO ISOSCELE



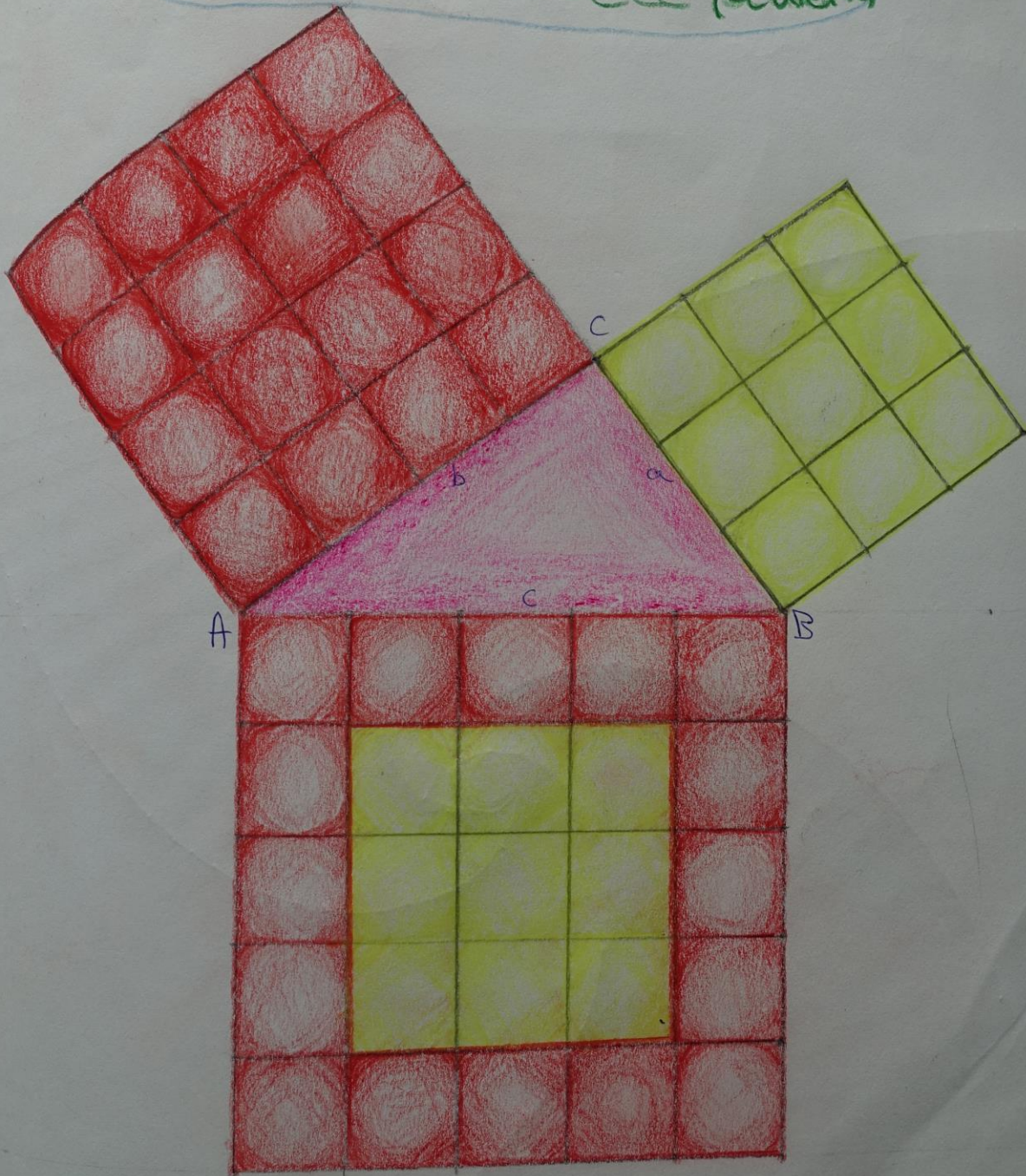
OSSERVAZIONE:

- * Il triangolo $\triangle ABC$ è rettangolo isoscele e congruente con tutti gli altri triangoli.
- * Il quadrato $CBDE$ è composto da 2 triangoli.
- * Il quadrato $ACFG$ è pure composto da 2 triangoli.
- * Il quadrato $AHIB$ è composto da 4 triangoli.
- * L'area di $CBDE$ può essere espressa come a^2 .
- * L'area di $ACFG$ può essere espressa come b^2 .
- * L'area di $AHIB$ può essere espressa come c^2 .

$$AREA(AHIB) = AREA(CBDE) + AREA(ACFG).$$

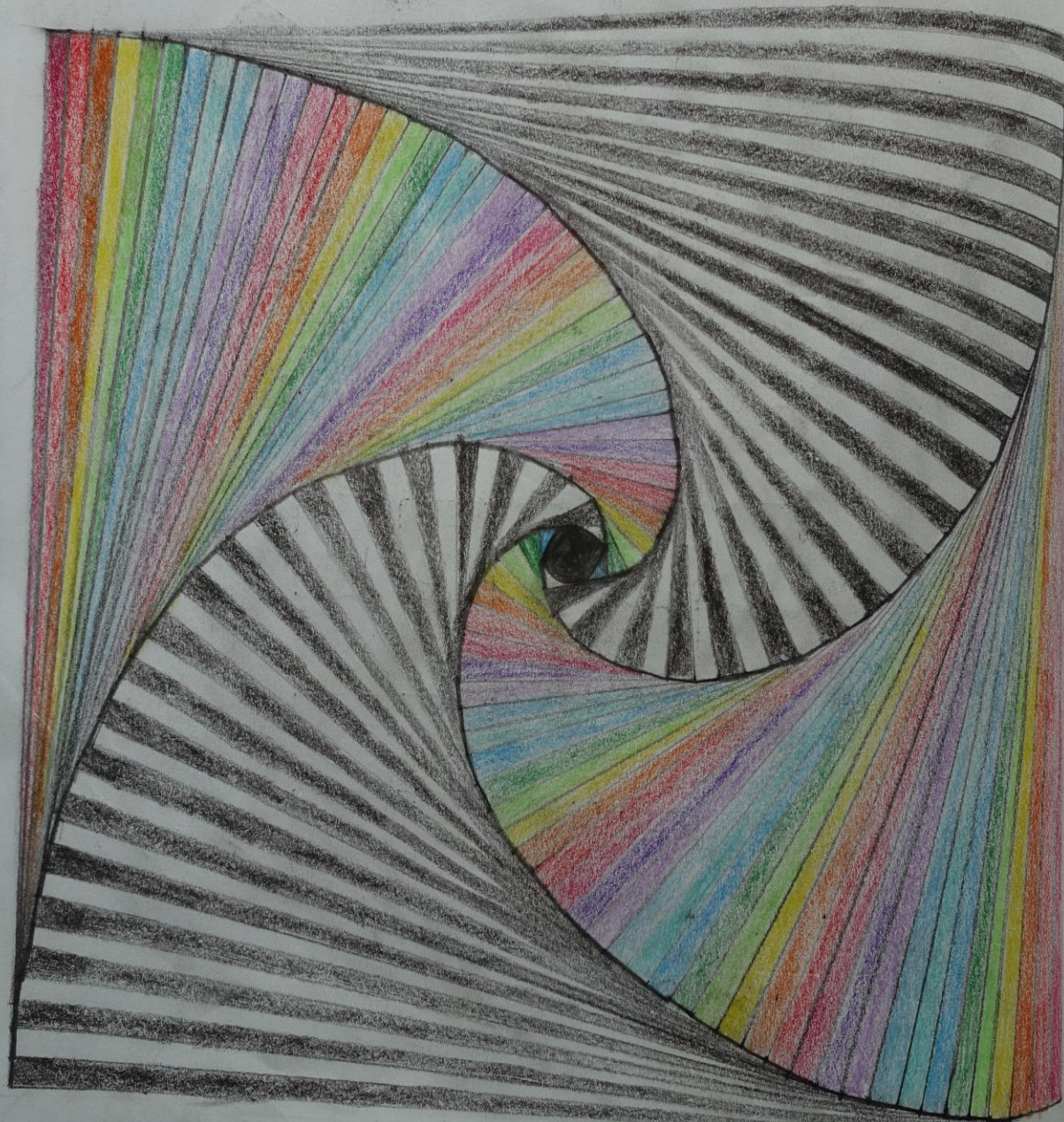
$$\Rightarrow \boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

IL TEOREMA DI PITAGORA IN UN
TRIANGOLO RETTANGOLO
NON ISOSCELE (scaleno)



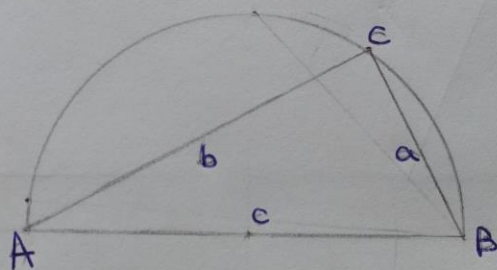
OSSEPVAZIONI:

- Il quadrato costruito su a possiede 9 quadretti.
 - Il quadrato costruito su b possiede 16 quadretti.
 - Il quadrato costruito su c possiede 25 quadretti.
- Visto che $25 = 16 + 9$ possiamo dire che anche in questo caso vale $c^2 = a^2 + b^2$



IL TEOREMA DI PITAGORA

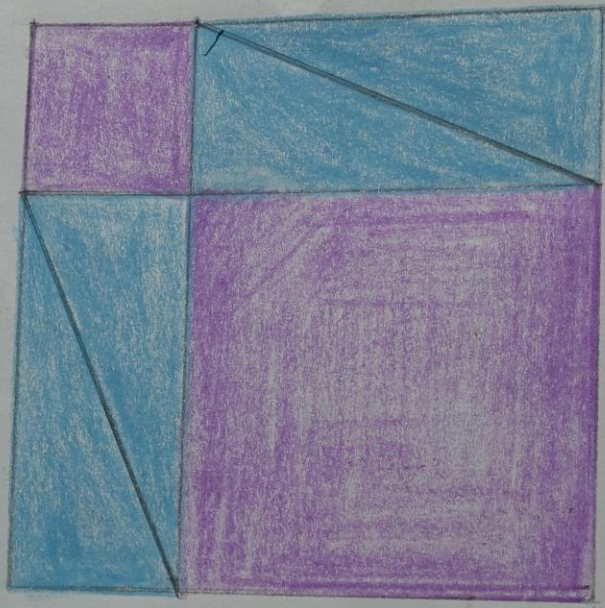
In un triangolo rettangolo l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti.



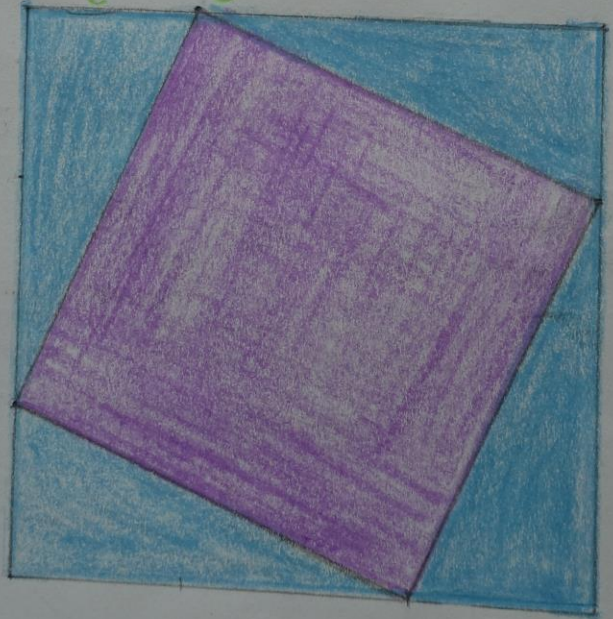
c: IPOTENUSA
a, b: CATETI

$$c^2 = a^2 + b^2$$

IL TEOREMA DI PITAGORA: DIMOSTRAZIONE
MEDIANA



MEDITA!



Terne pitagoriche

| a | b | c | a ² | b ² | c ² |
|----|-----|-----|----------------|----------------|----------------|
| 3 | 4 | 5 | 9 | 16 | 25 |
| 5 | 12 | 13 | 25 | 144 | 169 |
| 15 | 8 | 17 | 225 | 64 | 289 |
| 7 | 24 | 25 | 49 | 576 | 625 |
| 21 | 20 | 29 | 441 | 400 | 841 |
| 9 | 40 | 41 | 81 | 1'600 | 1'681 |
| 35 | 12 | 37 | 1'225 | 144 | 1'369 |
| 27 | 36 | 45 | 729 | 1'296 | 2'025 |
| 11 | 60 | 61 | 121 | 3'600 | 3'721 |
| 45 | 28 | 53 | 2'025 | 784 | 2'809 |
| 33 | 56 | 65 | 1'089 | 3'136 | 4'225 |
| 13 | 84 | 85 | 169 | 7'056 | 7'225 |
| 63 | 16 | 65 | 3'969 | 256 | 4'225 |
| 55 | 48 | 73 | 3'025 | 2'304 | 5'329 |
| 39 | 80 | 89 | 1'521 | 6'400 | 7'921 |
| 15 | 112 | 113 | 225 | 12'544 | 12'769 |
| 77 | 36 | 85 | 5'929 | 1'296 | 7'225 |
| 65 | 72 | 97 | 4'225 | 5'184 | 9'409 |
| 45 | 108 | 117 | 2'025 | 11'664 | 13'689 |
| 17 | 144 | 145 | 289 | 20'736 | 21'025 |
| 99 | 20 | 101 | 9'801 | 400 | 10'201 |
| 91 | 60 | 109 | 8'281 | 3'600 | 11'881 |
| 75 | 100 | 125 | 5'625 | 10'000 | 15'625 |
| 51 | 140 | 149 | 2'601 | 19'600 | 22'201 |
| 19 | 180 | 181 | 361 | 32'400 | 32'761 |