

# Shine

Floating in the spaces of our mind and our soul  
See the world so small and no one knows  
Closing up the boxes while <sup>what's beyond</sup> horizons fade out  
Striving for the north while sunlight shines from  
the south

Don't see the rainbow, bright colors arise  
Did not have time to look inside  
Swim in the blue waves of our dreams  
Sining the blues, no reason for tears

You will shine, don't let it fade away  
You will shine, don't leave it back today

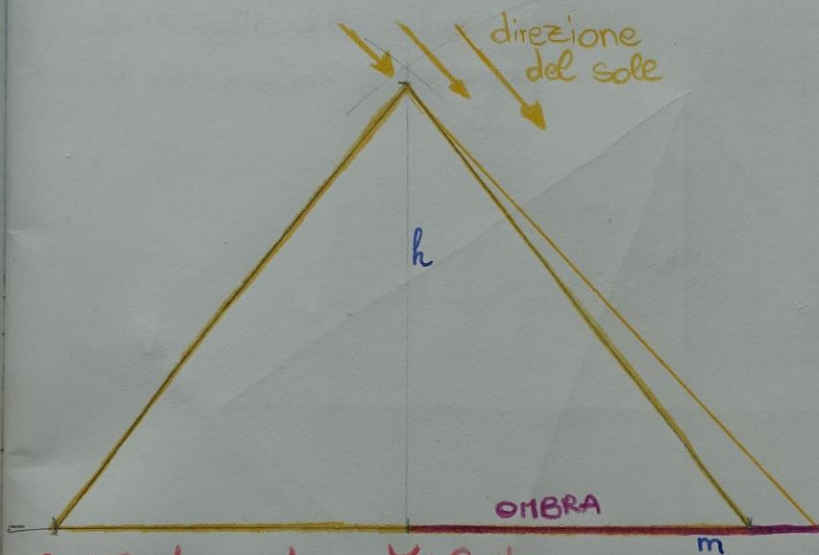
Breathe in the spirit, let him flow through  
Give life a way, to become true  
Follow the senses, taste all the vibes  
Love is not far, just strengthen your sight

You will shine, don't let it fade away  
You will shine, don't leave it back today  
You will shine, don't let it fade away  
You will shine, don't leave it back today.



*Le piramidi di Giza*

# MISURA DELL'ALTEZZA DELLA GRANDE PIRAMIDE DI GIZA



$$a=b$$
$$h=m$$



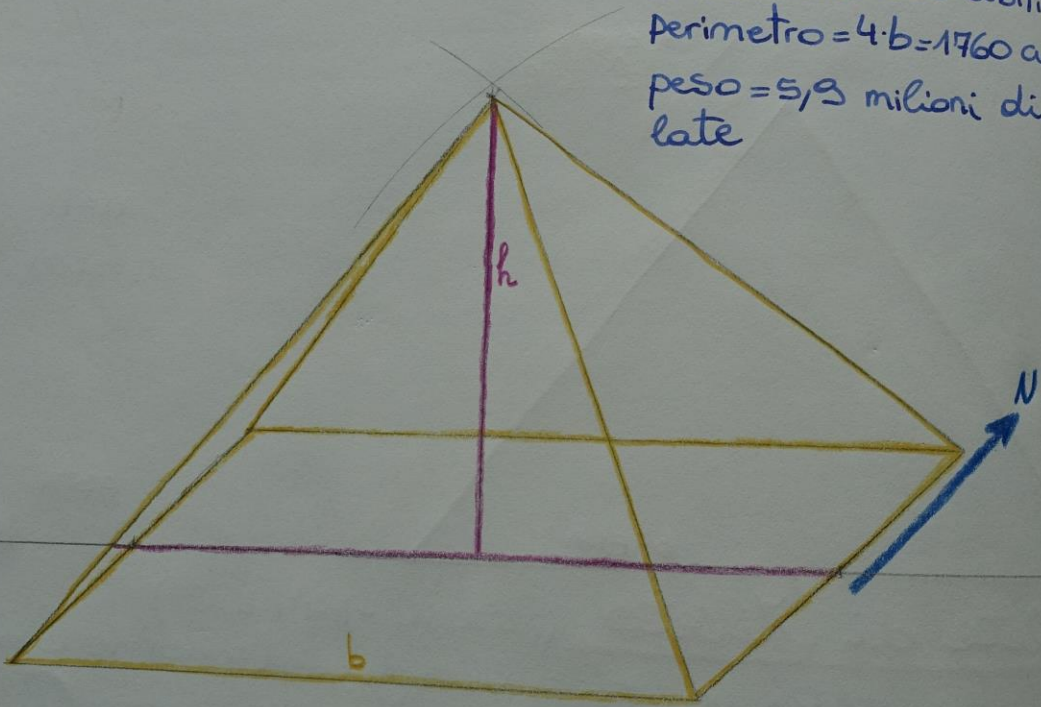
## Taletè di Mileto (625 a.C. - 547 a.C.)

C'era una volta un greco, filosofo, astronomo e matematico di nome Talete di Mileto. Un giorno il Faraone Amasis lo invitò in Egitto per metterlo alla prova: gli chiese di misurare l'altezza della grande piramide. Allora Talete di Mileto usò questo metodo: piantò un bastone nel terreno vicino alle piramidi e quando l'ombra fu uguale al legno, anche quella della piramide lo era; quindi misurò l'ombra.

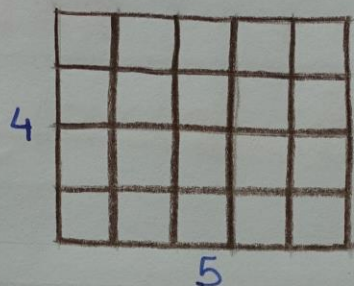
Questa fu l'intelligente metodo di Talete di Mileto che usò per vincere la sfida del Faraone.

# Le grandezze della grande piramide

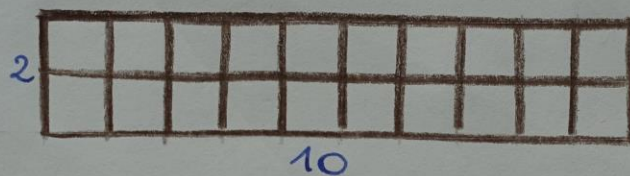
base  $b = 440$  cubiti =  $230,4$  m  
altezza  $h = 280$  cubiti =  $146,5$  m  
perimetro =  $4 \cdot b = 1760$  cubiti =  $921,6$  m  
peso =  $5,9$  milioni di tonnellate



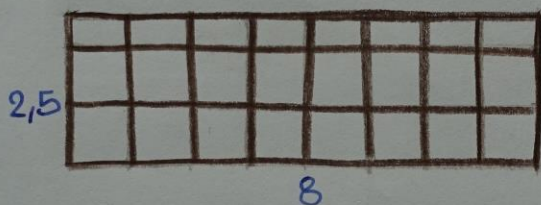
# RETTANGOLI EQUIVALENTI



$$4 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}^2$$



$$2 \text{ cm} \cdot 10 = 20 \text{ cm}^2$$



$$2,5 \cdot 8 = 20 \text{ cm}^2$$

## Definizioni:

In geometria piana, due figure si dicono **equivalenti** quando occupano la stessa area.

Due figure si dicono **simili** quando hanno la stessa forma.

Due figure si dicono **congruenti** quando hanno la stessa forma e le stesse dimensioni, quindi quando sono perfettamente sovrapponibili. Per indicare che due figure sono congruenti si usa il simbolo " $\equiv$ ".

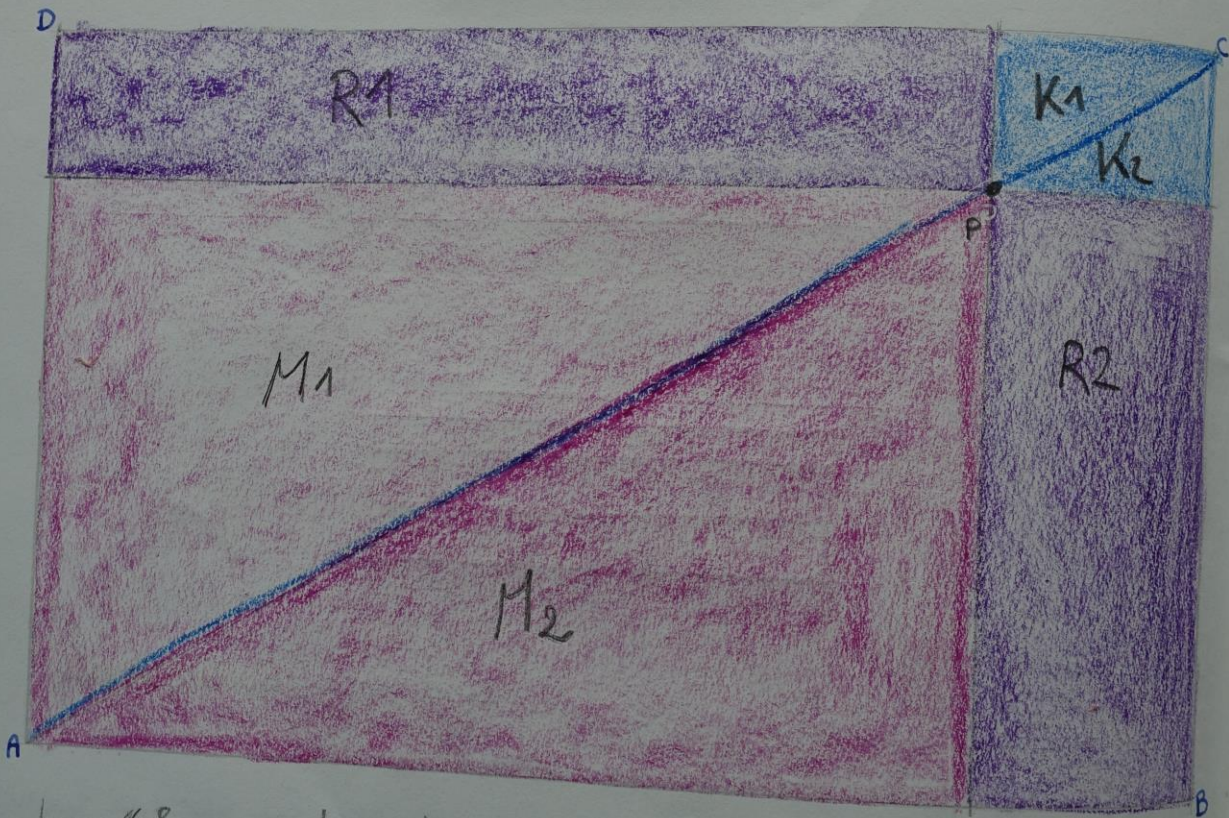
**Regola:**

la larghezza di un rettangolo è spesso denominata base (b). Un rettangolo di base b cm e altezza h cm ha  $b \cdot h$  cm<sup>2</sup> di superficie.

**AREA DEL RETTANGOLO = BASE · ALTEZZA**

$$A = b \cdot h$$

La figura dello gnomone



$b_1 = 16,8$   
 $h_1 = 2,7$   
 $R_1 = 45,36$

$b_2 = 4,3$   
 $h_2 = 10,3$   
 $R_2 = 44,29$

1. COSTRUIAMO UN RETTANGOLO CON  $b=21$  cm  
E  $h=13$  cm
2. DISEGNAMO LA DIAGONALE AC
3. SCEGLIAMO UN PUNTO P A PIACERE SULLA  
DIAGONALE
4. TRACCIAMO DUE RETTE PASSANTI PER P E  
PARALLELE AI LATI
5. ABBIAMO MISURATO E CALCOLATO DEI  
RETTANGOLI  $R_1$  E  $R_2$  COSTATANDO  
CHE ERANO QUASI EQUIVALENTI  
SONO VERAMENTE EQUIVALENTI?

### Dimostrazione dell'equivalenza di $R_1$ e $R_2$

$$G_1 = \Delta ACD$$

$$G_2 = \Delta ABC$$

$$G_1 = G_2$$

$$M_1 = M_2$$

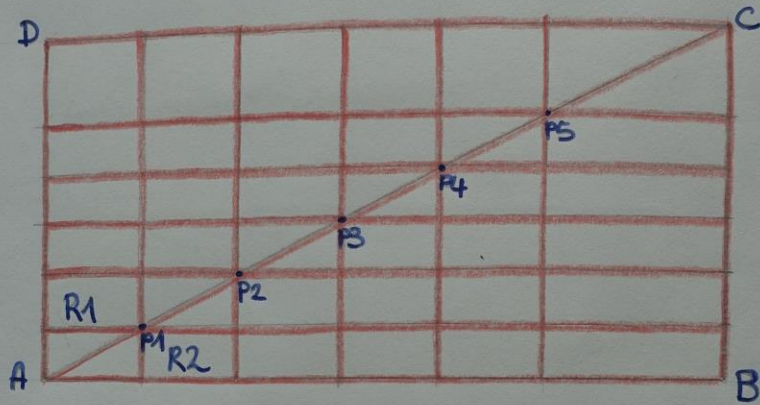
$$K_1 = K_2$$

$$R_1 = G_1 - M_1 - K_1$$

$$R_2 = G_2 - M_2 - K_2$$

$$\Rightarrow \boxed{R_1 = R_2}$$

# Esercizio con lo gnomone



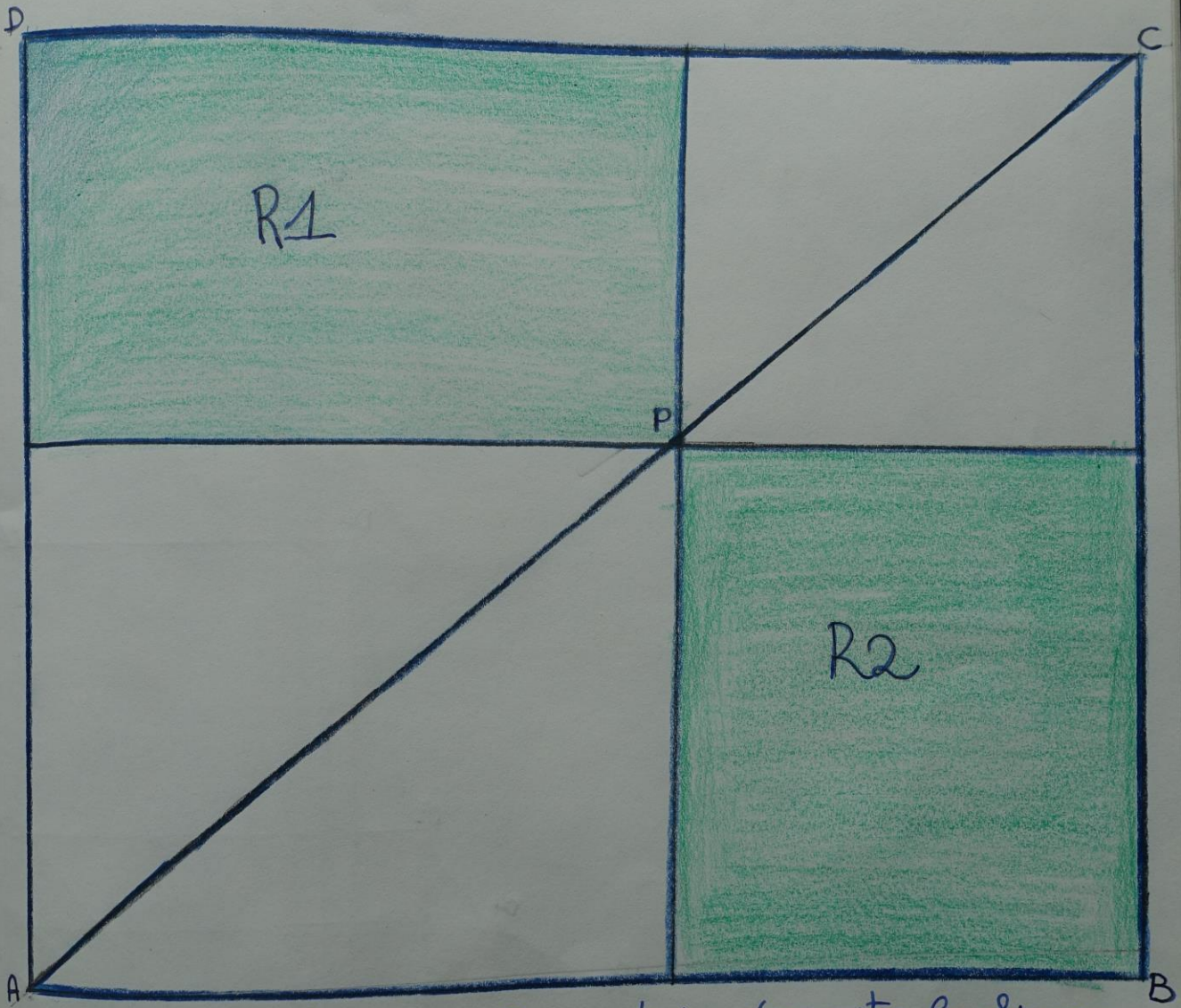
AP cm	b1 cm	h1 cm	R1 cm	b2 cm	h2 cm	R2 cm
2	1,85	5,1	9,43	10,15	0,9	9,13
4	3,6	4,15	14,94	8,45	1,85	15,63
6	5,4	3,25	17,55	6,6	2,78	18,34
8	7,1	2,4	17,04	4,9	3,72	18,22
10	8,0	1,5	13,35	3,1	4,5	13,95



## 2° esercizio con lo gnomone

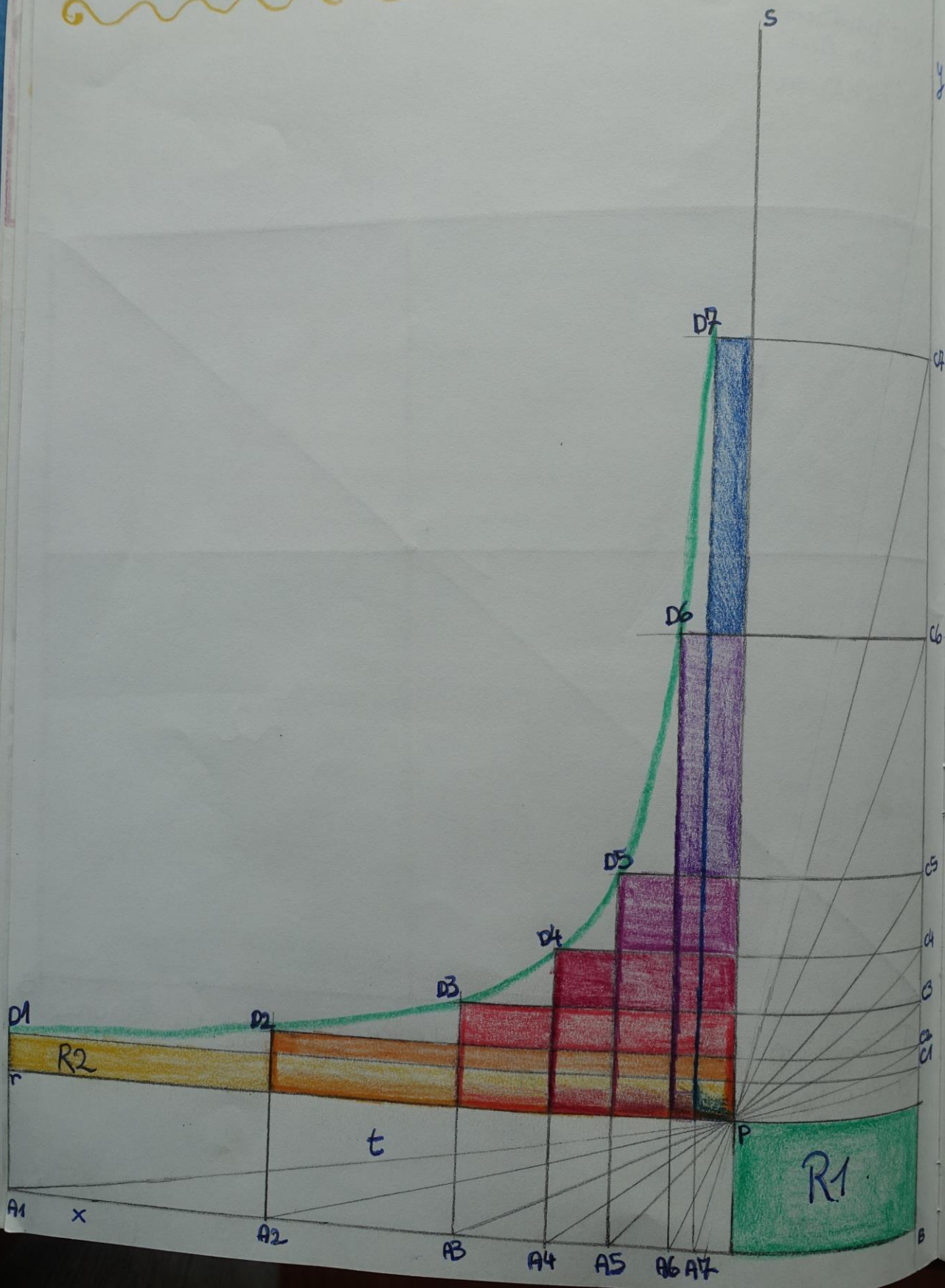
$R_1: b_1 = 13\text{cm}$   
 $h_1 = 8\text{cm}$

$R_2: b_2 = 9\text{cm}$



Dato un rettangolo  $R_1$ , costruire tramite la figura dello gnomone un rettangolo  $R_2$  <sup>equivalente</sup> con base  $b_2$  data.

# Serie di rettangoli equivalenti



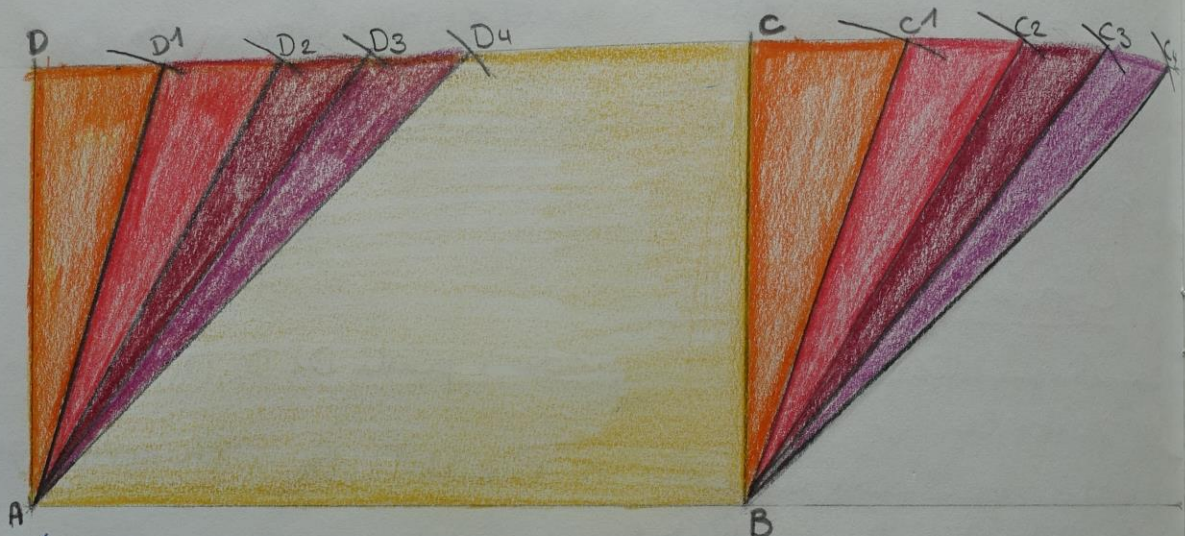
## Costruzione

1. costruiamo le rette  $x$  e  $y$  perpendicolari tra loro.
2. costruiamo il rettangolo  $R_1$  con vertici  $ABCP$ .
3. costruiamo la retta  $t$  a piacere passante per  $P$  in modo che intersechi  $x$  e  $y$  nei punti  $A_n$  e  $C_n$  ( $n=1,2,3,\dots$ ).
4. costruiamo due rette passanti per  $A_n$  la prima e  $C_n$  la seconda e parallele alle rette  $x$  e  $y$ .
5. nel punto di incontro di queste rette troviamo  $D_n$  ( $n=1,2,3,\dots$ ).
6. ruotiamo  $t$  a piacere intorno a  $P$  in senso antiorario.
7. ripetiamo dal punto 3.

## Considerazioni

- La curva ottenuta collegando i punti  $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$  è un'iperbole.
- I rettangoli con angoli in  $P$  e  $D_1, D_2, D_3, \dots, P_n$  sono equivalenti al rettangolo  $R_1$ .

## Lo scorrimento di figure piane



### Costruzione:

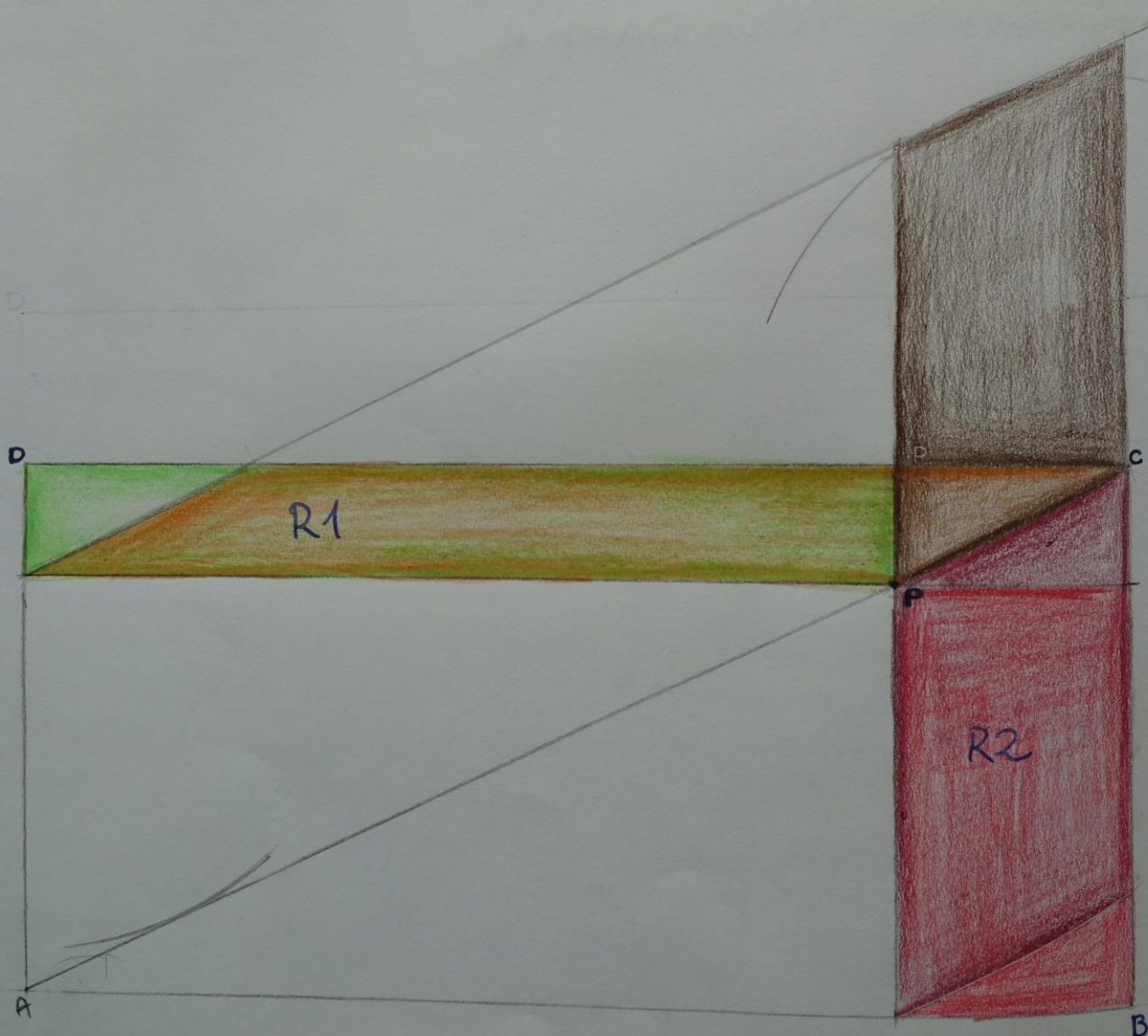
1. costruisco un rettangolo
2. punto il compasso in A con apertura maggiore dell'altezza del rettangolo e trovo il punto di intersezione dell'apertura del compasso con il lato CD.
3. punto il compasso in B e trovo il punto di intersezione dell'apertura del compasso con il prolungamento del lato CD.
4. trovo D1 collegando A col punto trovato in 2.
5. trovo C1 collegando B col punto trovato in 3.
6. ripeto da 2. aumentando l'apertura del compasso.

## Considerazioni:

Le figure  $ABC_nD_n$  ( $1, 2, 3, \dots$ ) sono dei parallelogrammi. Il triangolo  $AB_1D$  è congruente al triangolo  $BC_1C$ , quindi il parallelogramma  $ABC_1D_1$  è equivalente al rettangolo  $ABCD$ . Questa considerazione vale per tutti i parallelogrammi costruiti in questo modo.

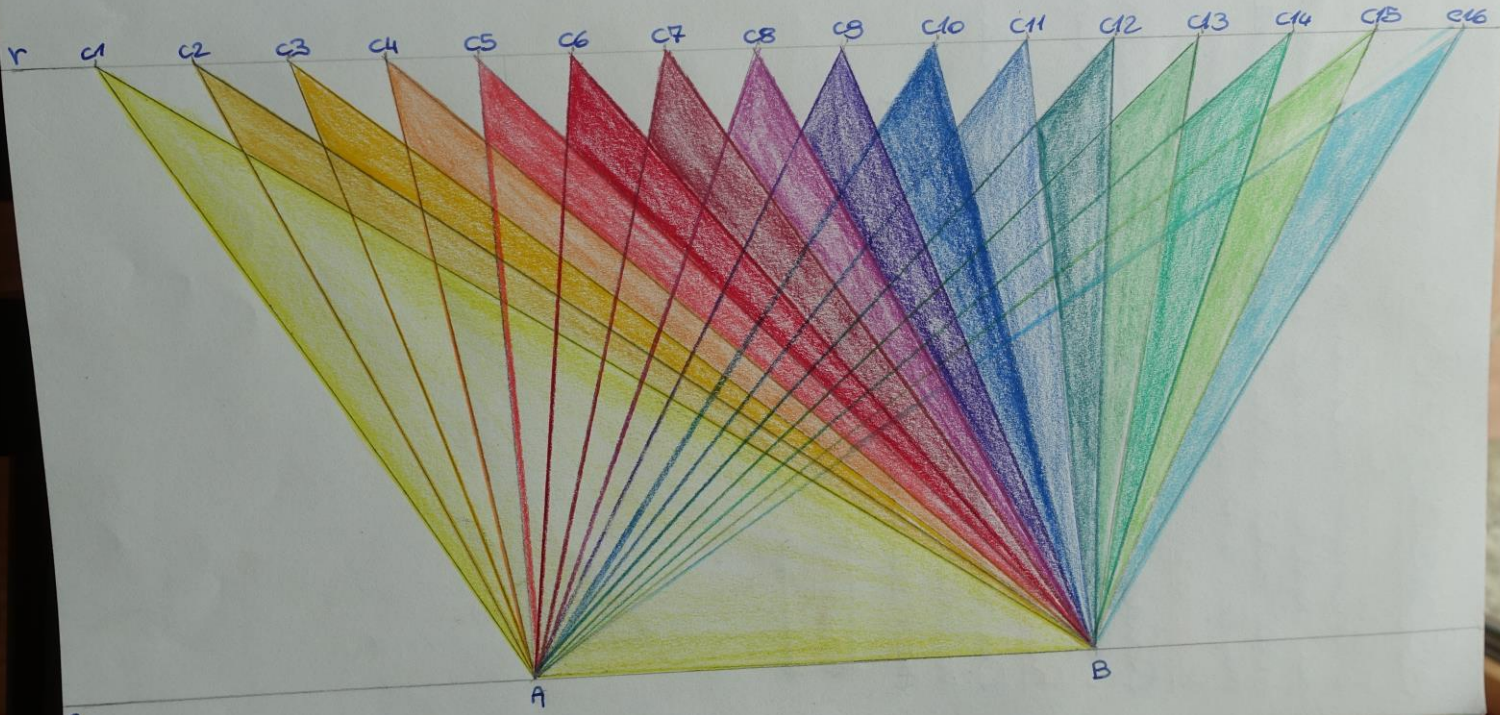
Area del rettangolo  $ABCD = b \cdot h \Rightarrow$  area dei parallelogrammi  $ABC_nD_n = b \cdot h$

# Dimostrazione dell'equivalenza di $R_1$ e $R_2$ nello gnomone tramite scorrimenti



Lo scorrimento del triangolo

# Lo scorrimento del triangolo



8

## CONSIDERAZIONI:

I triangoli costruiti in questo modo hanno tutti altezza uguale. Poiché i triangoli sono sempre equivalenti alla metà della superficie dei rispettivi parallelogrammi, le loro superfici sono equivalenti tra di loro.

### Regola 1:

Quando il vertice di un triangolo si muove parallelamente alla base, la superficie del triangolo non cambia.

### Regola 2:

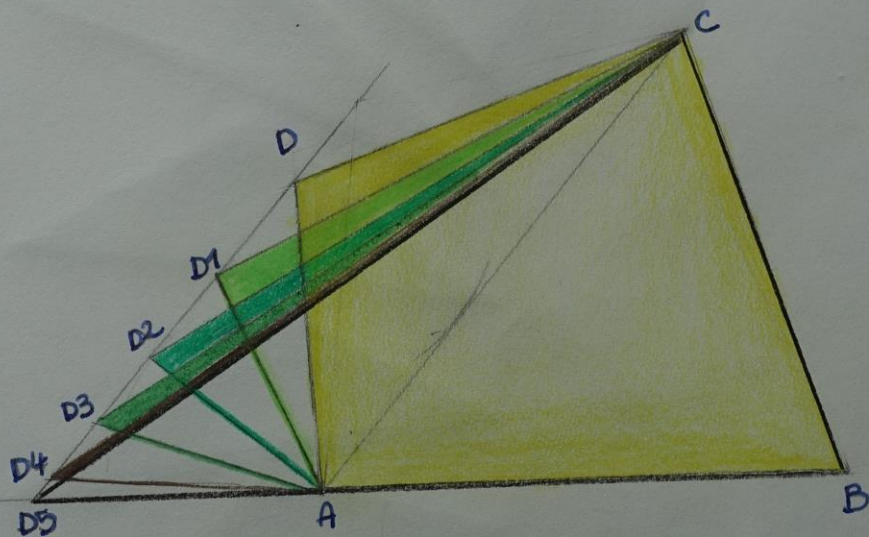
Due triangoli aventi uguali basi e altezze sono equivalenti.

$$\text{AREA DEL TRIANGOLO} = \frac{\text{BASE} \cdot \text{ALTEZZA}}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



# Costruzione di un triangolo equivalente ad un quadrilatero ABCD dato

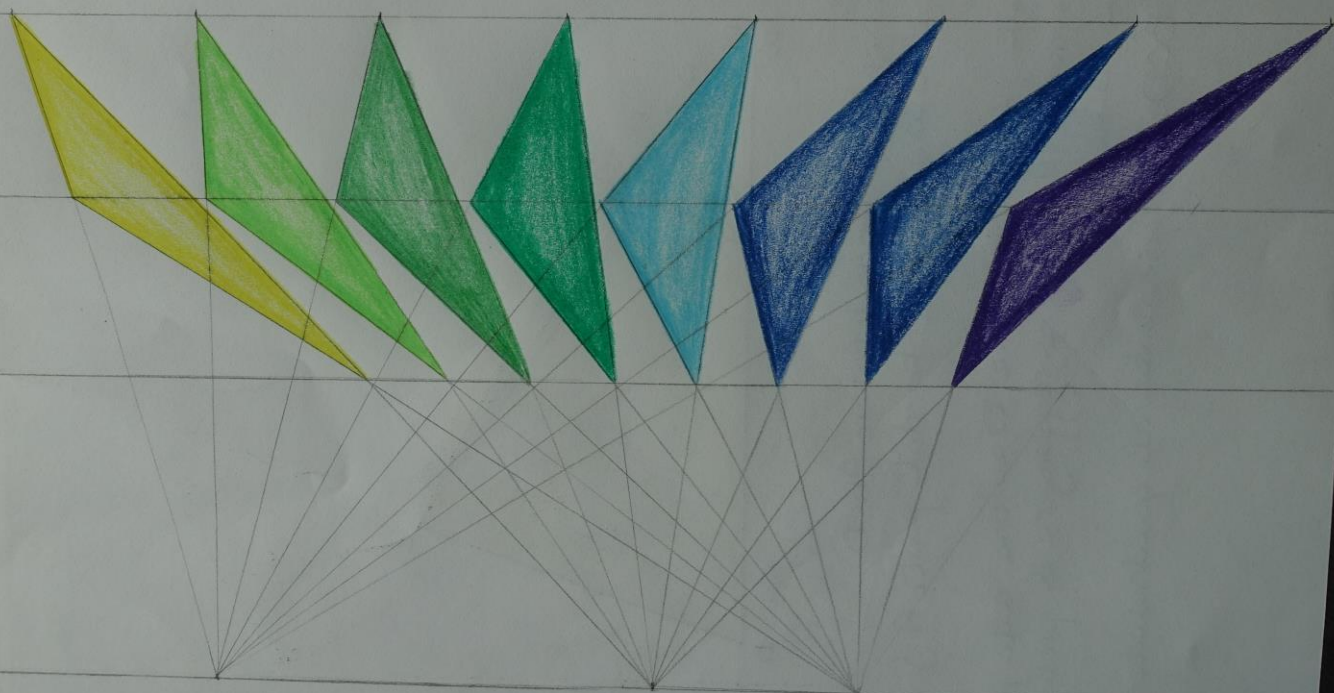


## Costruzione:

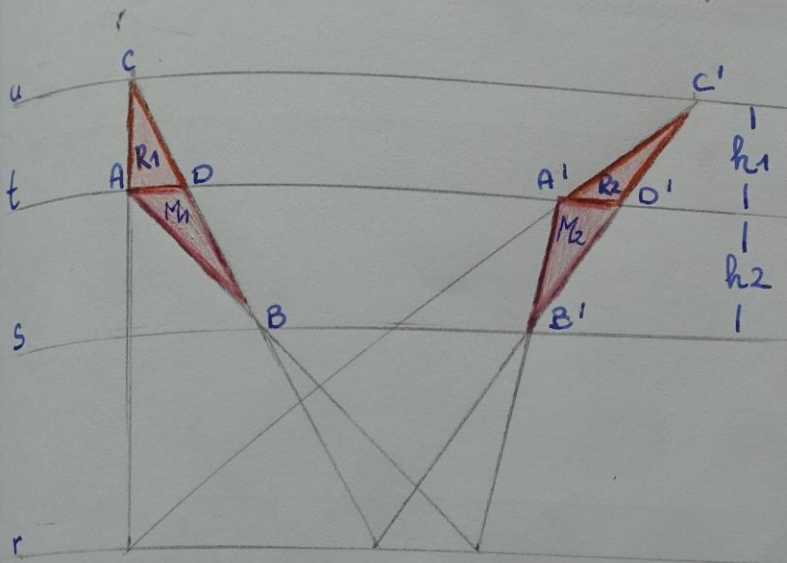
1. Abbiamo disegnato un quadrilatero ABCD.
2. Abbiamo tracciato un segmento dal punto A fino al punto C.
3. Abbiamo fatto scorrere il vertice D su una retta parallela al segmento AC fino a raggiungere il prolungamento della retta AB.

Il triangolo BCD5 è equivalente al quadrilatero ABCD.

LO SCORRIMENTO DI TRIANGOLI COME PROCEDIMENTO  
NELL'INTERO PIANO



I triangoli sono tutti equivalenti?  
Dimostrazione dell'equivalenza dei triangoli



$r \parallel s \parallel t \parallel u \Rightarrow R_1 = R_2$

$AD = A'D'$

$R_1 = \frac{AD \cdot h_1}{2}$

$R_2 = \frac{A'D' \cdot h_1}{2}$

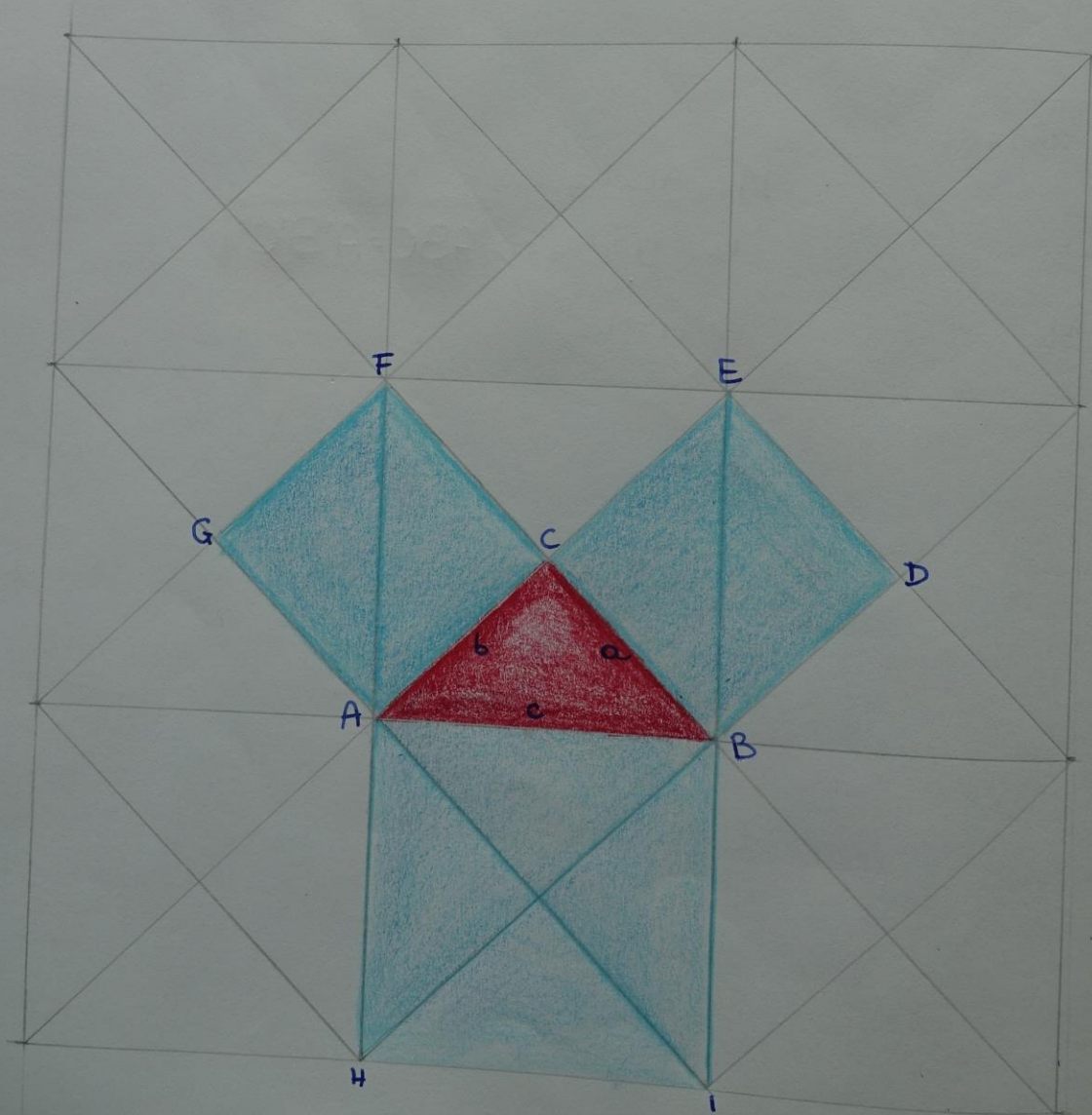
$M_1 = \frac{AD \cdot h_2}{2}$

$M_2 = \frac{A'D' \cdot h_2}{2} \Rightarrow$

**$ABC = A'B'C'$**

$\Rightarrow M_1 = M_2$

IL TEOREMA DI PITAGORA IN UN TRIANGOLO  
RETTANGOLO ISOSCELE

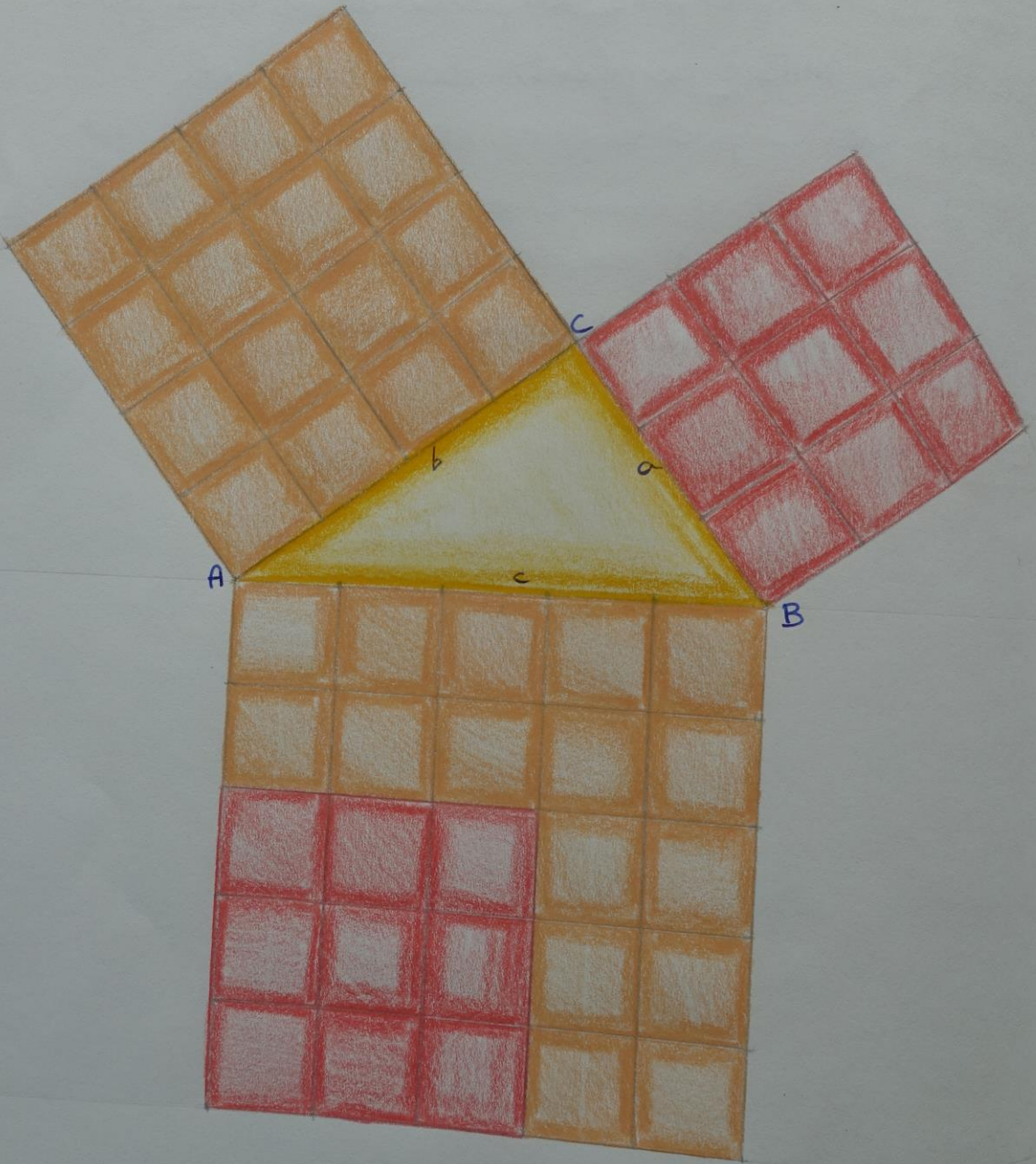


## Osservazioni:

- il triangolo  $\triangle ABC$  è rettangolo isoscele e congruente con tutti gli altri triangoli
  - il quadrato  $CBDE$  è composto da 2 triangoli
  - il quadrato  $ACFG$  è pure composto da 2 triangoli
  - il quadrato  $AHIB$  è composto da 4 triangoli
  - l'area di  $CBDE$  può essere espressa come  $a^2$
  - l'area di  $ACFG$  può essere espressa come  $b^2$
  - l'area di  $AHIB$  può essere espressa come  $c^2$
- $$\text{AREA}(AHIB) = \text{AREA}(CBDE) + \text{AREA}(ACFG)$$

$$\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$$

Il teorema di Pitagora in un triangolo  
rettangolo non isoscele (scaleno)

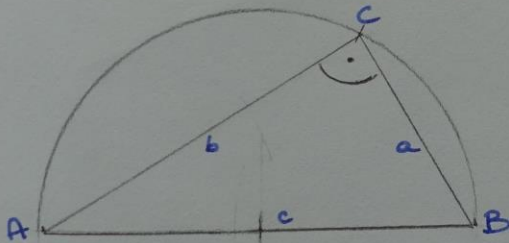


## Osservazioni:

- il quadrato costruito su  $a$  possiede 9 quadretti
  - il quadrato costruito su  $b$  possiede 16 quadretti
  - il quadrato costruito su  $c$  possiede 25 quadretti
- visto che  $25 = 16 + 9$  possiamo dire che anche in questo caso vale  $c^2 = a^2 + b^2$

## IL TEOREMA DI PITAGORAC

In un triangolo rettangolo l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti.



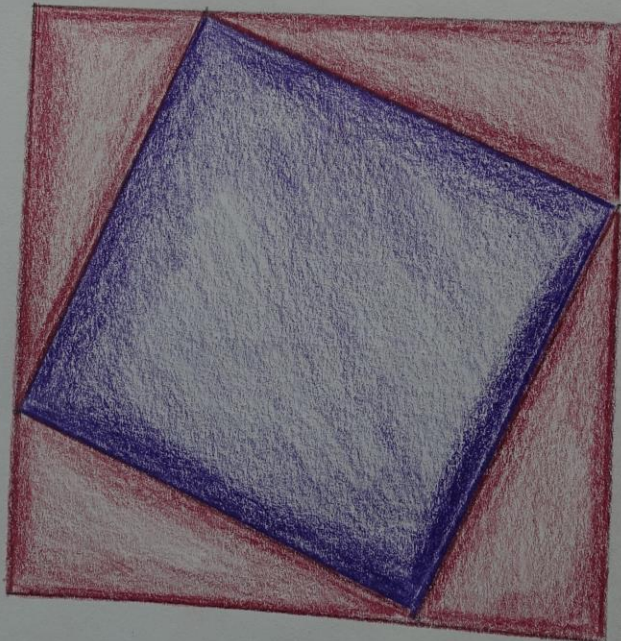
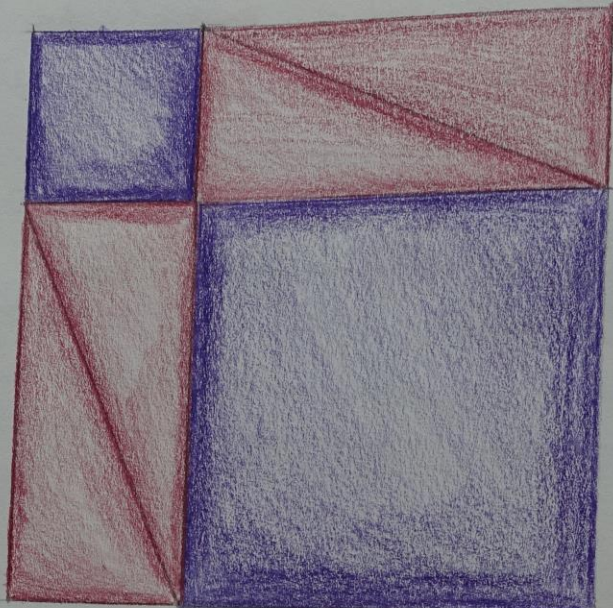
$c$ : IPOTENUSA

$a, b$ : CATETI

$$c^2 = a^2 + b^2$$

# Il teorema di Pitagora: dimostrazione indiana

Medita!





## Osservazioni:

- i 4 triangoli rettangoli contenuti nel quadrato A sono congruenti tra loro e con i 4 triangoli contenuti nel quadrato B
- la somma delle aree dei 2 quadrati viola nel quadrato A è uguale all'area del quadrato viola contenuto nel quadrato B
- il quadrato viola piccolo in A è costruito sul cateto minore del triangolo
- il quadrato viola grande in A è costruito sul cateto maggiore del triangolo
- il quadrato viola in B è costruito sull'ipotenusa del triangolo

C.D.D. (= come dovevasi dimostrare)

### Terne pitagoriche

a	b	c	a <sup>2</sup>	b <sup>2</sup>	c <sup>2</sup>
3	4	5	9	16	25
5	12	13	25	144	169
15	8	17	225	64	289
7	24	25	49	576	625
21	20	29	441	400	841
9	40	41	81	1'600	1'681
35	12	37	1'225	144	1'369
27	36	45	729	1'296	2'025
11	60	61	121	3'600	3'721
45	28	53	2'025	784	2'809
33	56	65	1'089	3'136	4'225
13	84	85	169	7'056	7'225
63	16	65	3'969	256	4'225
55	48	73	3'025	2'304	5'329
39	80	89	1'521	6'400	7'921
15	112	113	225	12'544	12'769
77	36	85	5'929	1'296	7'225
65	72	97	4'225	5'184	9'409
45	108	117	2'025	11'664	13'689
17	144	145	289	20'736	21'025
99	20	101	9'801	400	10'201
91	60	109	8'281	3'600	11'881
75	100	125	5'625	10'000	15'625
51	140	149	2'601	19'600	22'201
19	180	181	361	32'400	32'761