Hallelujah

Well I there was a secret chord
That David played and it pleased the Lord
But you don't really care for music, do you?
It goes like this: the fourth, the fifth
The minor fall and the major lift
The baffled king composing Hallelujah

Hallelujah [x4]

Your faith was strong but you needed proof
you saw her bathing on the roof
Her beauty and the moonlight overthrew you
She tied you to her kitchen chair
She broke your throne and she cut your hair
And from your lips she drew the Hallelujah

Hallelujah [x4]

Baby I've been here before
I've seen this room and I've walked this floor
I used to live alone before I knew you
And I've seen your flag on the marble arch
And love is not a victory march

It's cold and it's a broken Hallelujah

Hallelujah [x4]

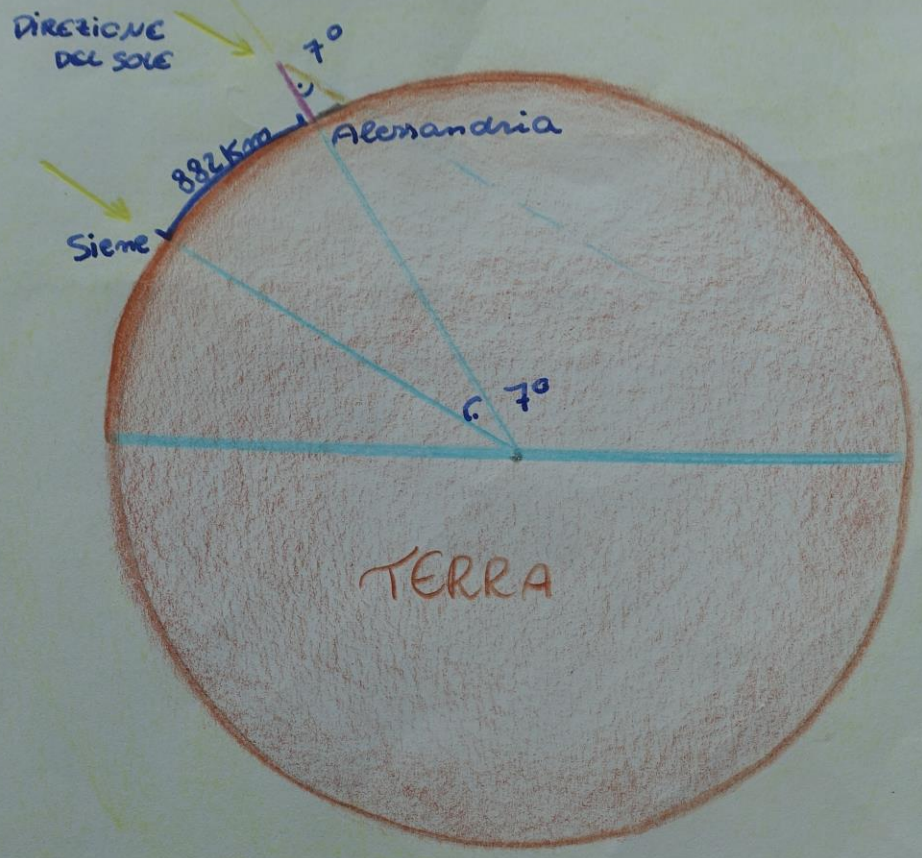
Eratostele da Cirene
(circa 276 a.C. - 194 a.C.)

Eratostele era nato a Cirene, che si trovereb-
be nell'attuale Libia, esso era matematico, poeta,
astronomo, teorico della musica, geografo e capo
bibliotecario della biblioteca di Alessandria,
inventò anche il termine GEOGRAFIA e fu uno dei
primi a disegnare le forme e la struttura del-
la Terra.
Nel 240 a.C. ebbe la curiosità di misurare
quando era la circonferenza terrestre e riuscì
ad trovare una tecnica, per quei tempi, molto astu-
ta, logica ed ingegnosa. Eratostele nel giorno
del solstizio d'estate a Siene quando il sole era allo
zenit scorse in un pozzo che non c'era nessun'ombra.
Uno o due anni dopo andò ad Alessandria,
sempre al solstizio d'estate con il sole allo zenit, e
vide, piantando un asta nel terreno, che c'era un om-
bra di 7°. Quindi iniziò a calcolare: 360 diviso i
gradi trovati dell'ombra dell'asta era uguale a
51 Km, poi 51 Km moltiplicato per la distanza di
882 Km tra Siene e Alessandria e così arrivò alla
soluzione matematicamente e geometricamente
corretta di 44'982 Km. Infine Eratostele si lasciò
morire alla perdita della vista che gli era assai
grata.

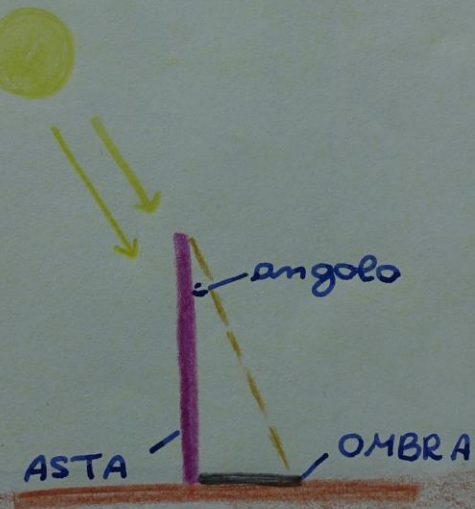
360 : 7 = 51 Km

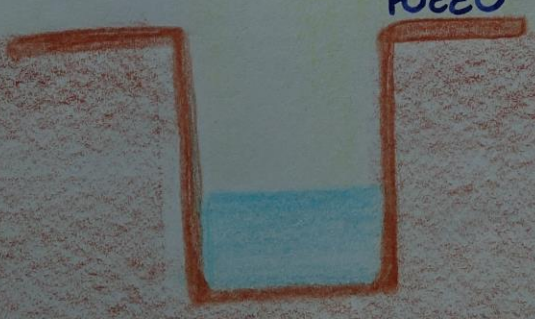
882 Km .
51 Km =
44'982 Km

Oggi per l'esatezza la superficie della terra è di 40'075 Km, Eratostele, a causa degli strumenti poco precisi, sbagliò il 10%.



- direzione del sole a mezzogiorno del solstizio d'estate



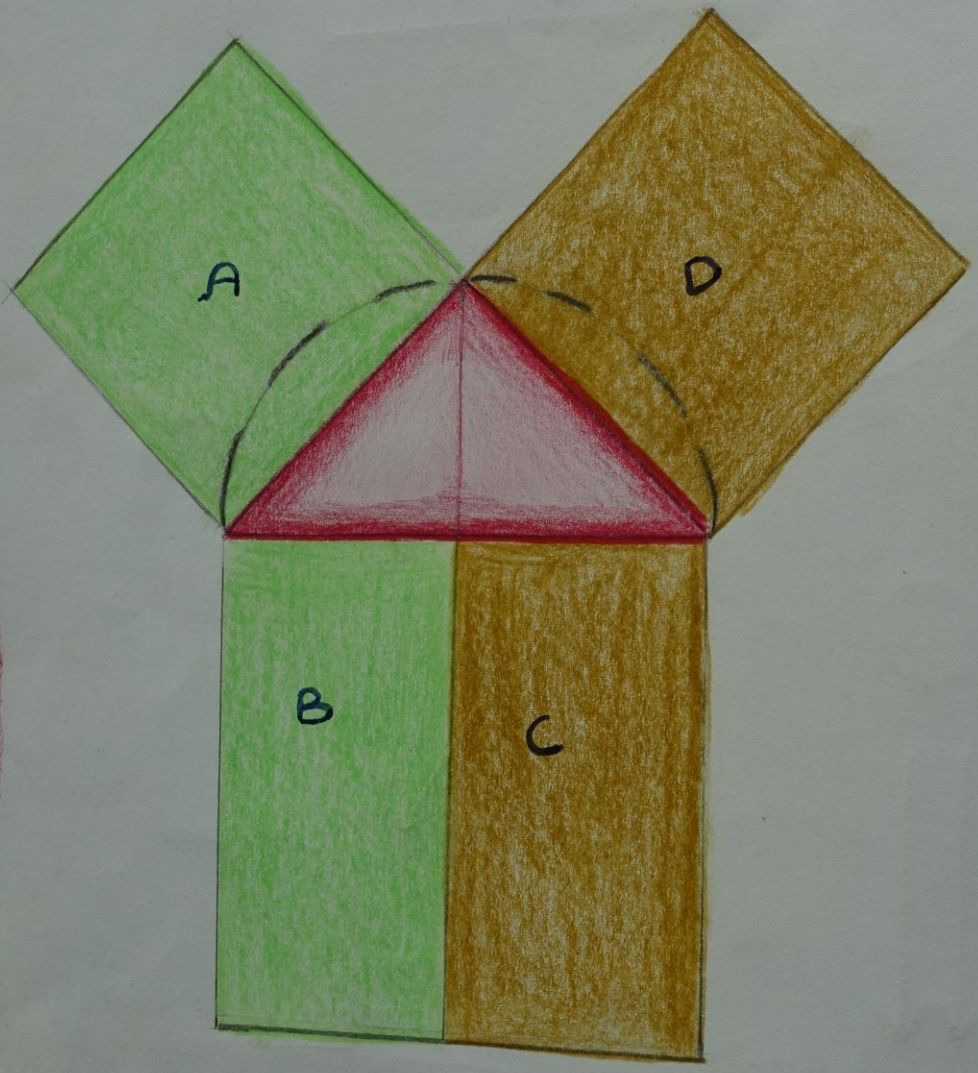


SIENE

Alessandria

1° Teorema dei cateti

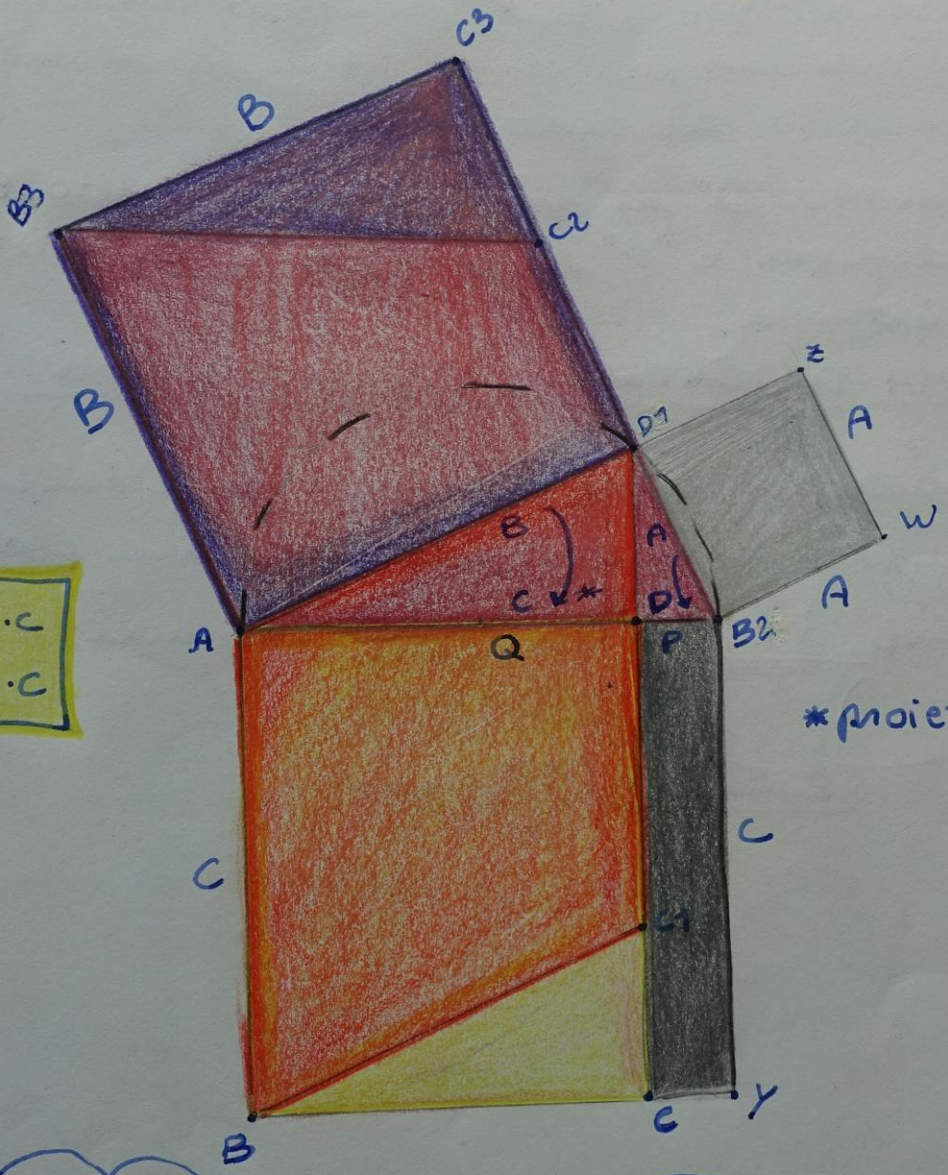
Disegnamo un triangolo rettangolo isoscele e i quadrati costruiti sui suoi lati:



A = B
C = D

Proviamo con un triangolo rettangolo scaleno:

A D1 C3 B3 + B2 W z D1 = area A B Y B



$a^2 = p \cdot c$

$b^2 = q \cdot c$

*proiezione

D1 B2 W z = D C y B2

A D1 C3 B3 = A B C D

L'altezza prolungata divide il quadrato dell'ipotenusa in due rettangoli. Con due scorrimenti e una rotazione abbiamo mostrato che il rettangolo di sinistra è equivalente al quadrato del cateto B. In modo analogo (simile) possiamo fare con il rettangolo di destra e il quadrato del cateto A.

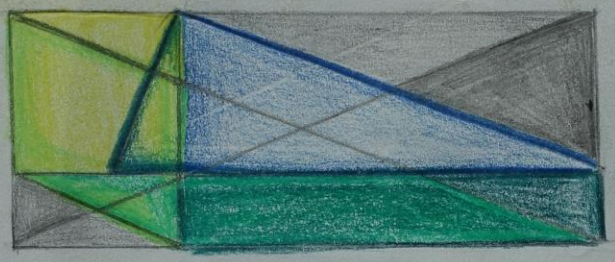
Chiamiamo "Q" la proiezione del cateto B sull'ipotenusa e "P" la proiezione del cateto A sull'ipotenusa.

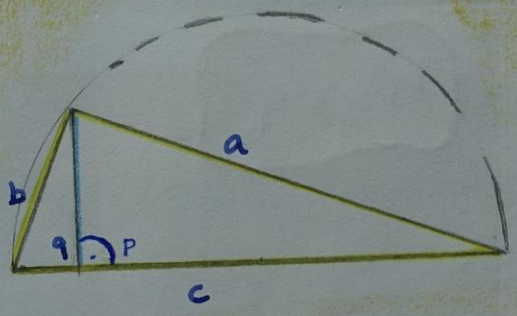
TEOREMA DEI CATETI O TEOREMA DI EUCLIDE

Il quadrato di un cateto è equivalente al rettangolo prodotto dell'ipotenusa e dalla proiezione del cateto sull'ipotenusa.

$$a^2 = p \cdot c$$
$$b^2 = Q \cdot c$$

Teorema dell'Altezza





$h^2 = a^2 - p^2$ sostituisco a^2 con $p \cdot c$ (teorema dei cateti).

$h^2 = p \cdot c - p^2$ mettiamo il fattore comune p in evidenza.

$h^2 = p \cdot (c - p)$ sostituisco $c - p$ con q.

$$h^2 = p \cdot q$$

Facciamo lo stesso con l'altro Triangolo

$$h^2 = b^2 - q^2$$

$$h^2 = q \cdot c - q^2$$

$$h^2 = q \cdot (c - q)$$

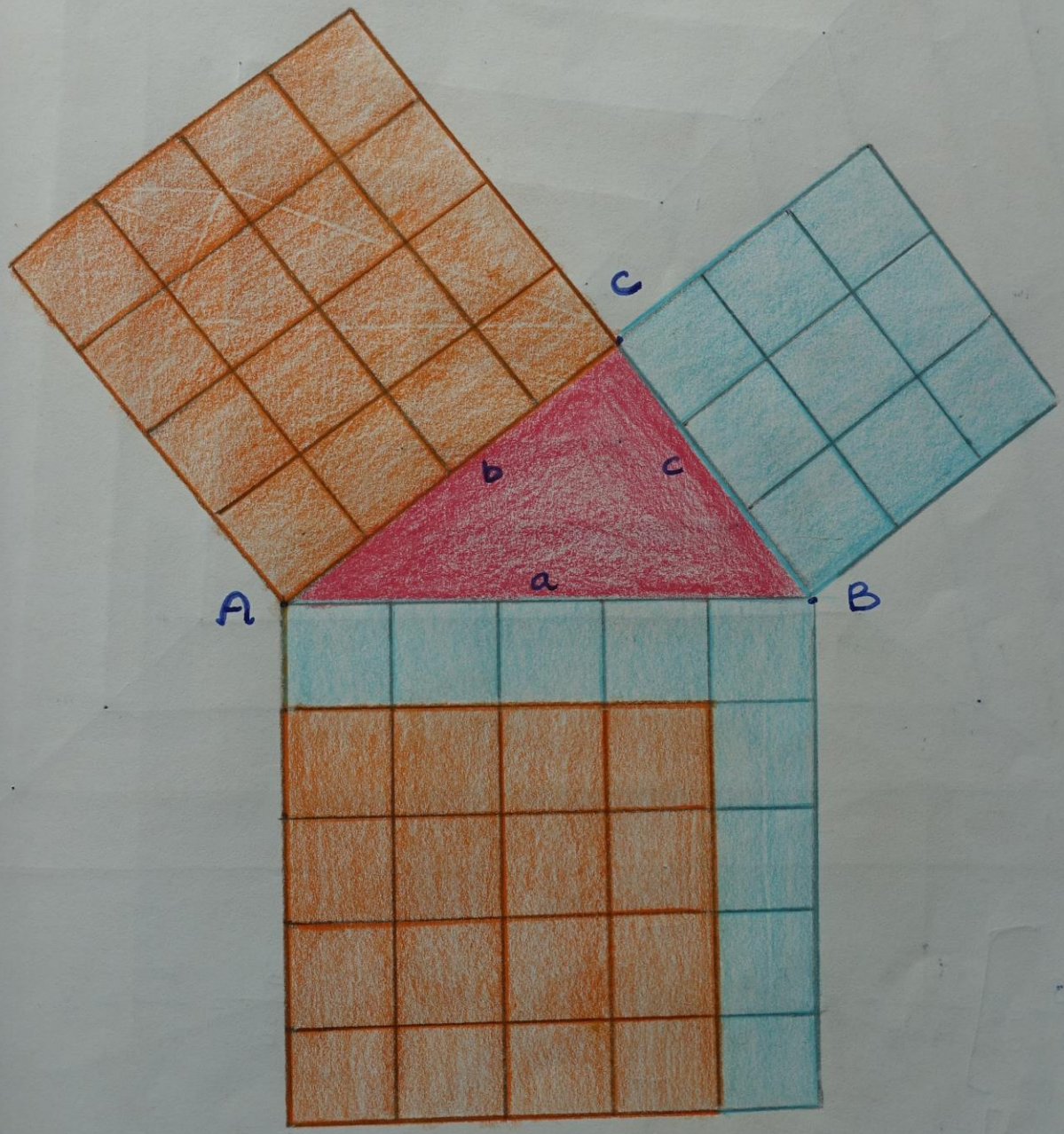
$$h^2 = q \cdot p$$

Teorema dell'altezza o teorema di Euclide 2

Il quadrato dell'altezza è equivalente al rettangolo che ha per lati le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

$$h^2 = q \cdot p = h^2 = p \cdot q$$

Ripasso del teorema di Pitagora

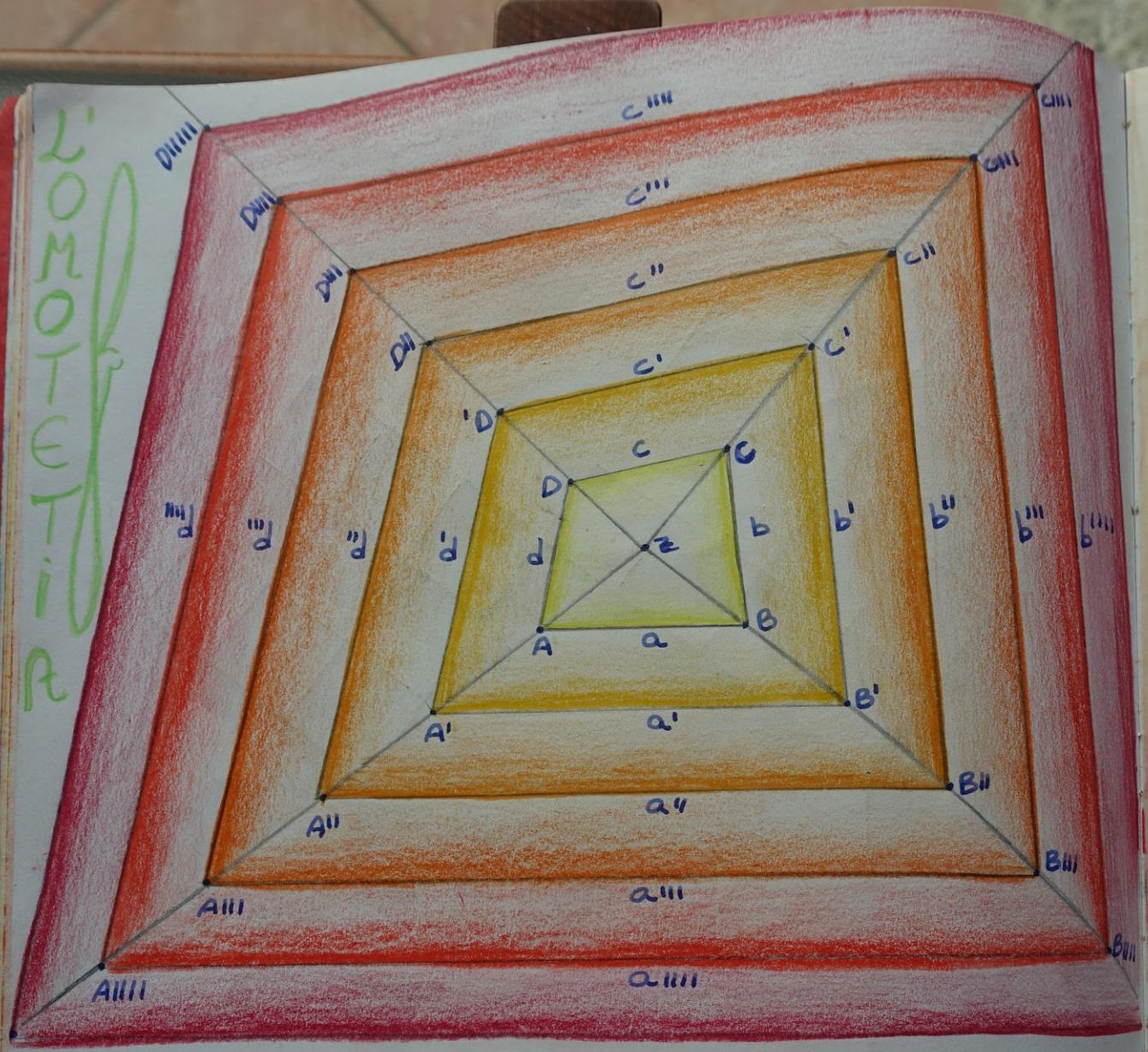


$a^2 + b^2 = c^2$

$a^2 = b^2 - c^2$

$b^2 = c^2 - a^2$

L'OMOTETIA



$$\frac{a'}{a} = \frac{8}{4} = 2 \quad \frac{A'z}{Az} = \frac{5,3}{2,3} = 2,3 \quad \frac{B'z}{Bz} = \frac{5}{2,5} = 2 \quad \frac{b'}{b} = \frac{7}{3,5} = 3$$

$$\frac{c'}{c} = \frac{6}{3} = 2 \quad \frac{C'z}{Cz} = \frac{5}{2,5} = 2 \quad \frac{D'z}{Dz} = \frac{4}{2} = 2 \quad \frac{d'}{d} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{a''}{a} = \frac{12,5}{4} = 3,1 \quad \frac{A''z}{Az} = \frac{8}{2,3} = 3,4 \quad \frac{B''z}{Bz} = \frac{7,5}{2,5} = 3 \quad \frac{b''}{b} = \frac{10,5}{3} = 3,5$$

$$\frac{c''}{c} = \frac{9,5}{3} = 3,1 \quad \frac{C''z}{Cz} = \frac{7,5}{2,5} = 3 \quad \frac{D''z}{Dz} = \frac{6,5}{2} = 3,2 \quad \frac{d''}{d} = \frac{9,5}{3} = 3,1$$

I lati dei 6 quadrilateri sono sempre paralleli tra di loro: $a''''' \parallel a'''' \parallel a''' \parallel a'' \parallel a' \parallel a$

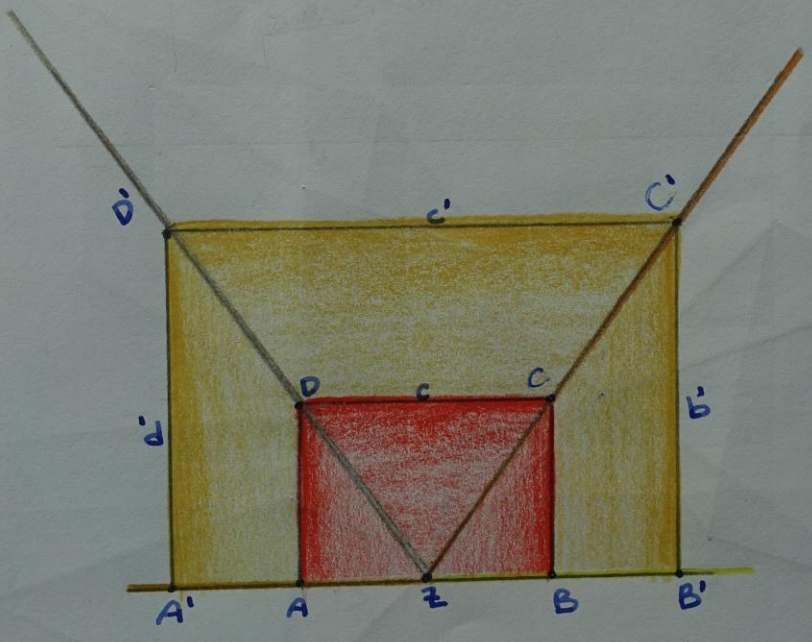
$b''''' \parallel b'''' \parallel b''' \parallel b'' \parallel b' \parallel b$

$c''''' \parallel c'''' \parallel c''' \parallel c'' \parallel c' \parallel c$

$d''''' \parallel d'''' \parallel d''' \parallel d'' \parallel d' \parallel d$

I diversi quadrilateri hanno la stessa forma. Figure di questo tipo vengono dette "simili".

1



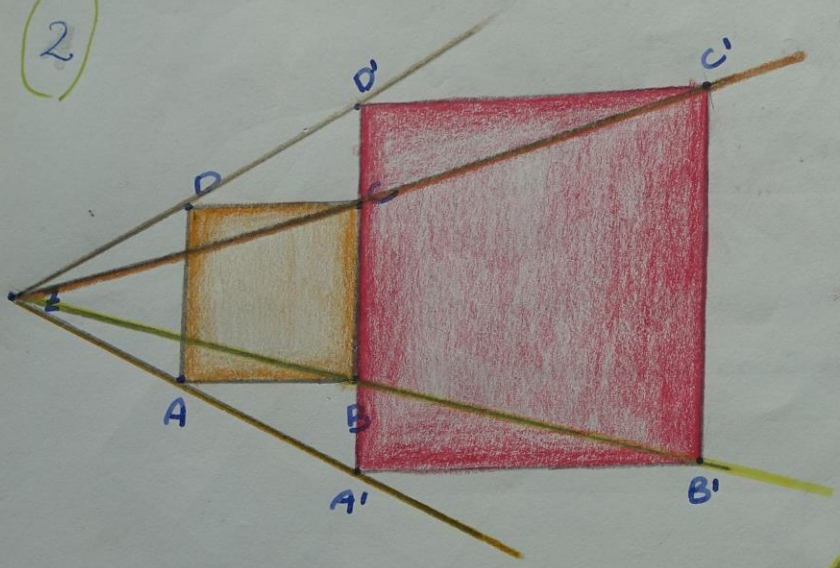
a'

$\square = b4 \cdot h3 = 12$

$\square = b8 \cdot b6 = 48$

$48 : 12 = 4$

2

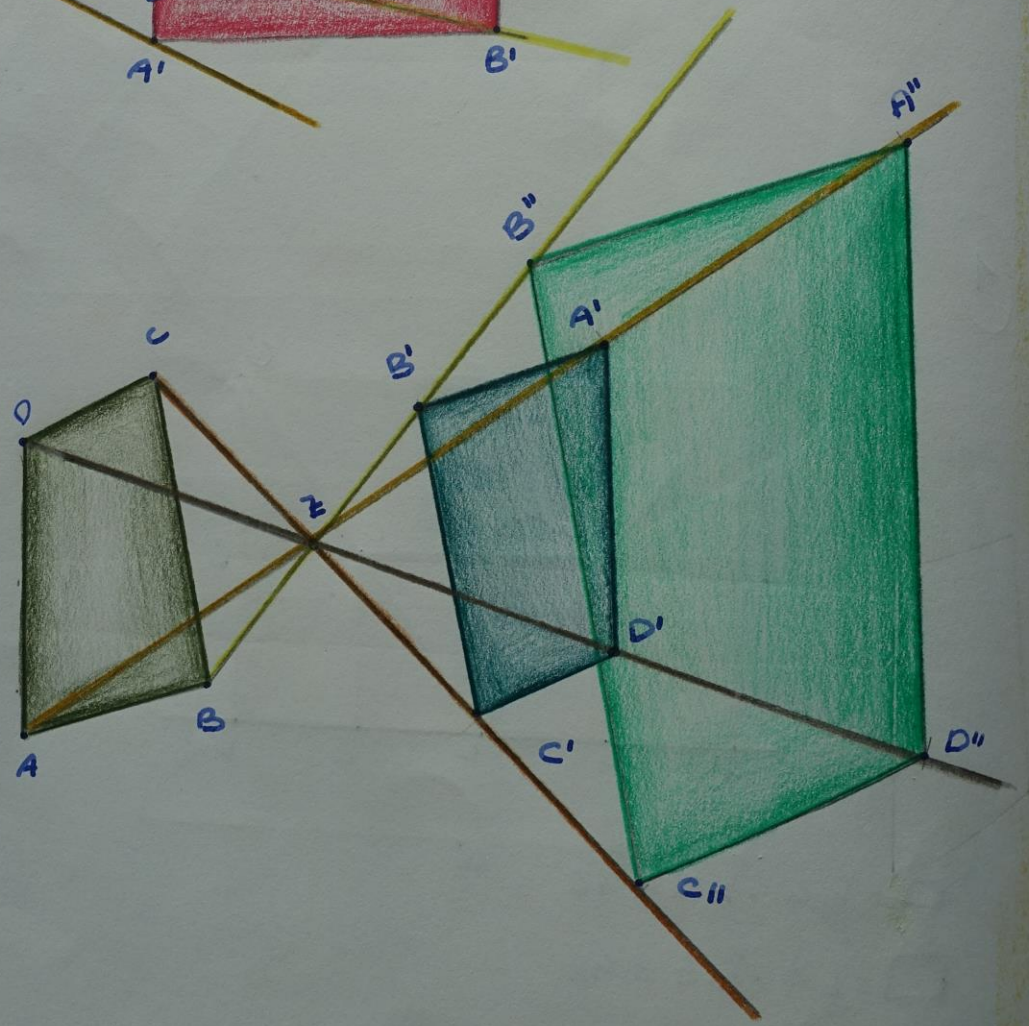


□ = 3·3 = 9

□ = 6·6 = 36

36 : 9 = 4

3



Negli esempi 1 e 2 vale che $\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = \frac{d'}{d} = 2$.
Constatiamo che in questi due esempi vale che Area A'B'C'D' = 4 · Area ABCD.

L'OMOTETIA:

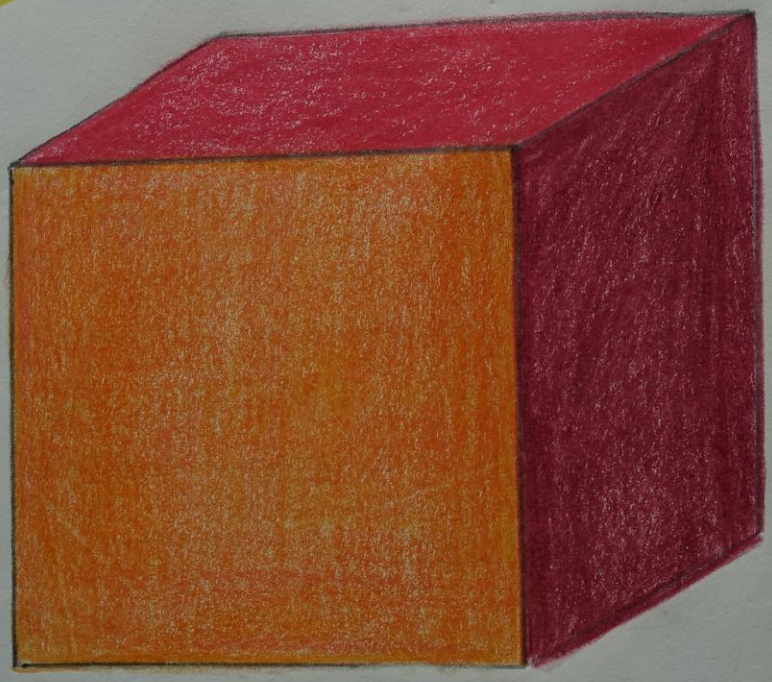
Il punto "Z" si chiama centro di OMOTETIA o centro di SIMILITUDINE. Le linee che collegano il punto "Z" ai vertici dei quadrilateri si chiamano raggi di SIMILITUDINE.

Il centro di OMOTETIA può trovarsi dentro il quadrilatero, su di un suo lato o fuori di esso.

Angoli e lati possono muoversi addirittura dalla parte opposta del centro di OMOTETIA. La figura risulterà capovolta. In ogni caso, la similitudine si mantiene.

Quando le misure dei lati raddoppiano, l'area della figura quadruplica.

Il Cubo



Il cubo possede: - 6 facce quadrate.

- 8 vertice.

- 12 spigoli.

Se il lato del cubo è di 5 cm, la superficie esterna totale 5.5.6 facce = 150 cm^2.

Abbiamo verificato che un cubo di lato 2 necessita di 8 cubetti per fare un cubo più grande. In modo simile se il lato è 3 avrò bisogno 27, se il lato è 4 avrò bisogno 64, se il lato è 5 avrò bisogno 125.
Che relazione c'è tra 2 e 8, 3 e 27, 4 e 64, 5 e 125?

$8 = 2^3$
$27 = 3^3$
$64 = 4^3$
$125 = 5^3$

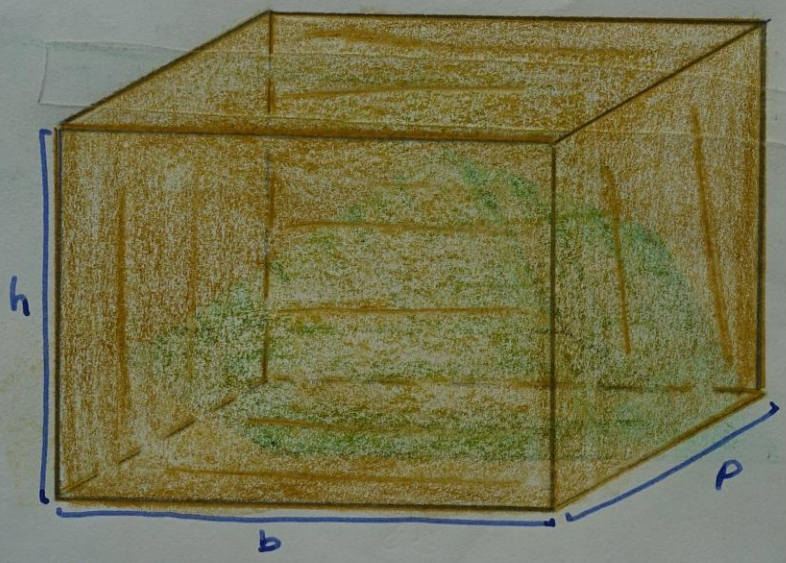
Quindi il volume di un cubo si ottiene facendo:

VOLUME DEL CUBO = lato^3

L'unità di misura del volume è cm^3 o m^3.

IL VOLUME DEL PARALLELEPIPEDO RETTO

(PRISMA RETTO)

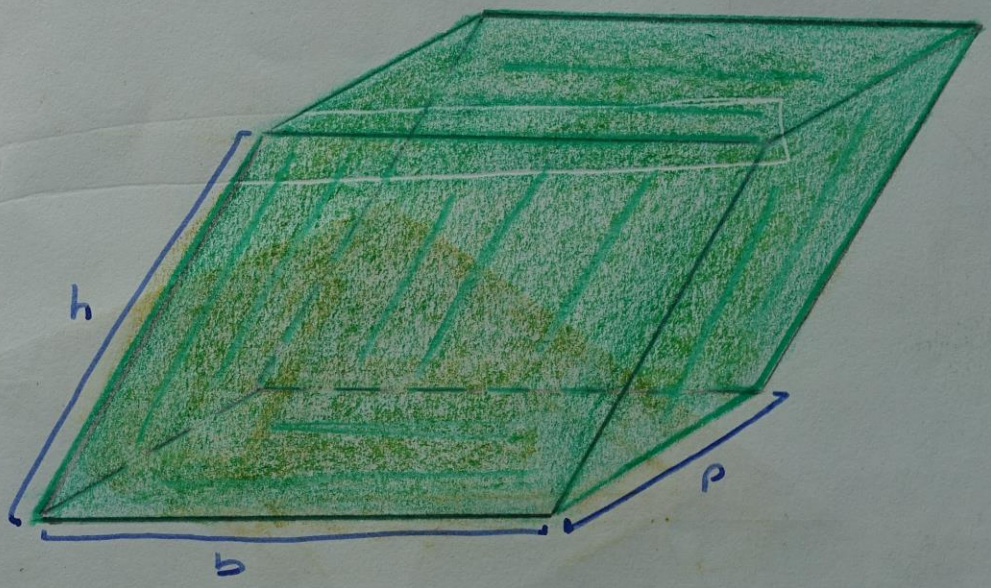


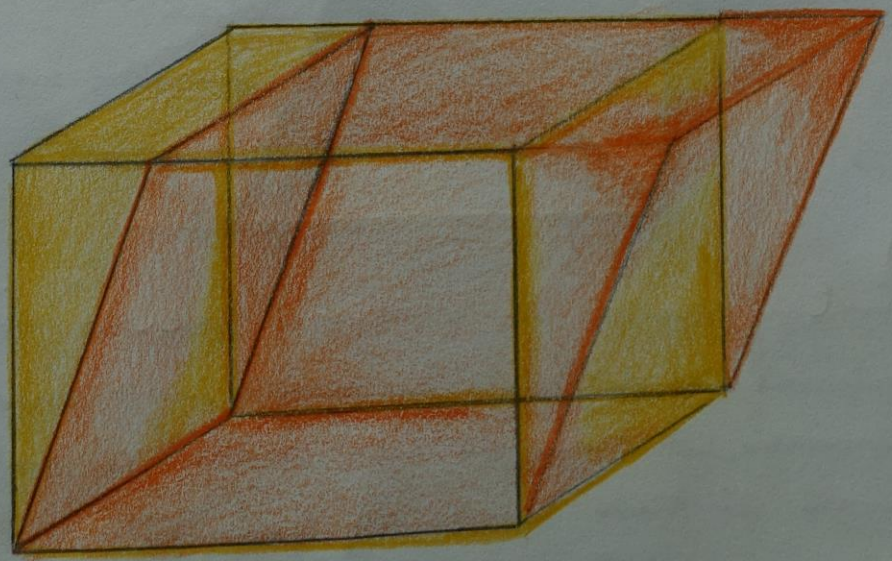
VOLUME PARALLELEPIPEDO RETTO = b·h·p

Per trovare la superficie esterna bisogna far così:

b·p·2 = ...
b·h·2 = ...
h·p·2 = ...
→ + (sommare)

Facciamo scorrere la faccia superiore ottenen=
do un parallelepipedo obliquo.

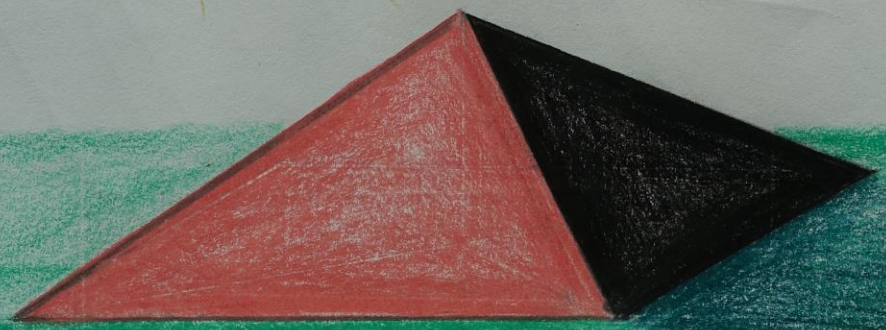




I due prismi ora hanno volume uguale. Ne deriva che:

VOLUME DEL PARALLELEPIPEDO OBLIQUO = b·h·p

LA Piramide



La piramide possiede: - 4 facce triangolare isosceli.
- 1 faccia quadrata
- 8 spigoli
- 5 vertici

Quanto vale il volume della piramide? Abbiamo visto che se mettiamo insieme sei piramidi, otteniamo un cubo di lato 8. Il volume di tale cubo è quindi:

Ricostruzione del tempio di Tholos a Delphi

$V_{cubo} = 8^3 = 64 \cdot 8 = 512\ cm^3$ (V = volume)

Il volume della piramide vale $\frac{1}{6}$ del volume del cubo, quindi

$V_{piramide} = \frac{512}{6} = 85,3\bar{3}\ cm^2$

Algebricamente:

$$V_{piramide} = \frac{b \cdot p \cdot h}{3} \quad o \quad V_{piramide} = \frac{A_{base} \cdot h}{3}$$

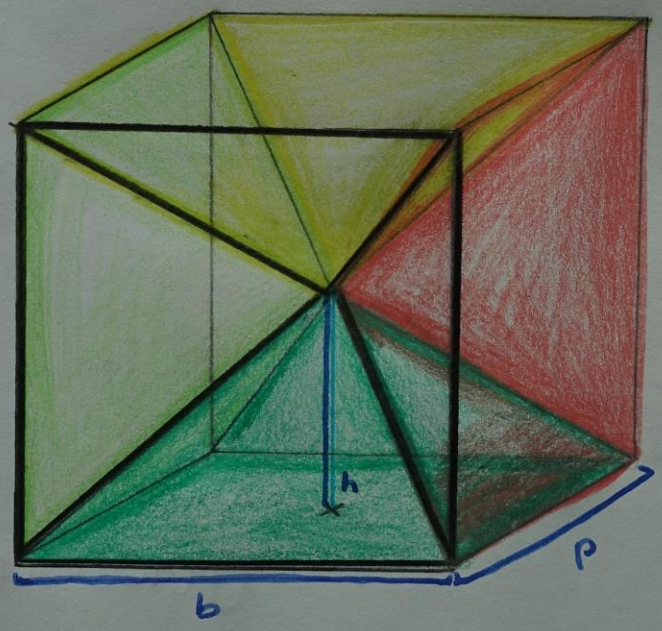
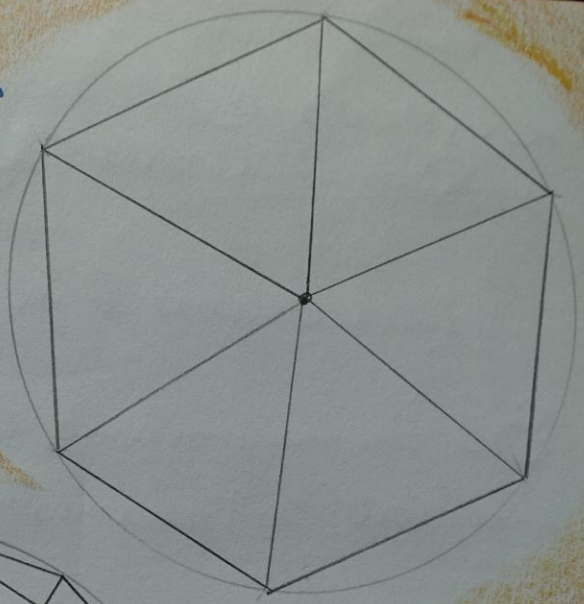
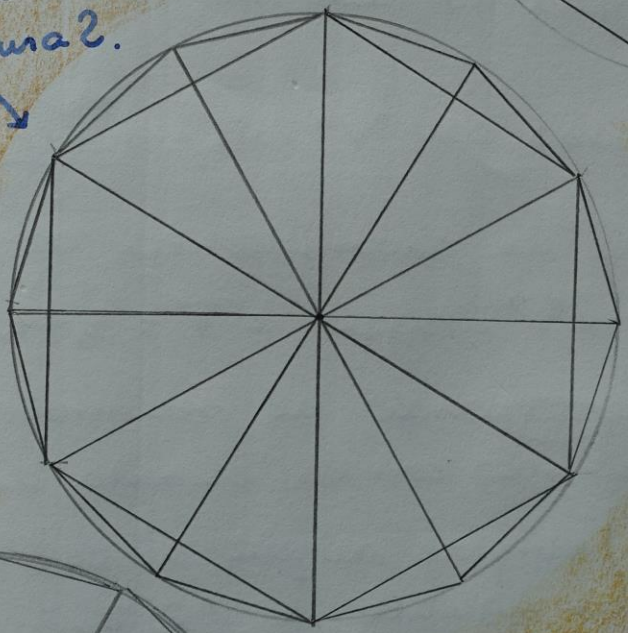


Figura 1



L'insieme della Figura 1 e Figura 2.



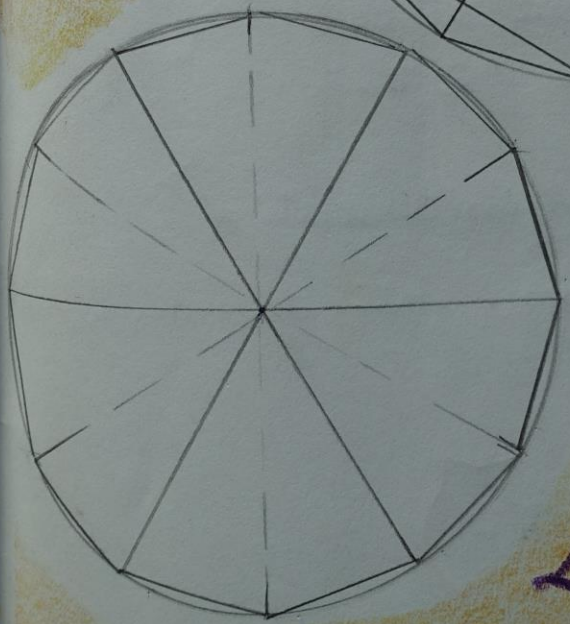


Figura 2

L'AREA DEL Cerchio

L'area dell'esagono vale $\frac{6 \cdot l \cdot h}{2}$ se aumentiamo i lati del poligono a 12,

$$\text{Dodecagono} = \frac{12 \cdot l \cdot h}{2}$$

Se immaginiamo un poligono con tantissimi lati "n", quanto vale l'area?

$$\text{Area Poligono con "N" lati} = \frac{n \cdot l \cdot h}{2}$$

Sappiamo che la circonferenza di un cerchio vale $2\pi r$, dove "r" = raggio e $\pi = 3{,}14\ldots$

Ma "n. l" corrisponde al perimetro del poligono, e quando con la crescita di "n" ci avviciniamo sempre di più al cerchio, questo diventa uguale a "$2\pi r$"

$\Rightarrow$ Area Poligono con infiniti lati = $\frac{2\pi r \cdot h}{2}$ oltretutto quando i lati diventano infiniti, "$h = r$"

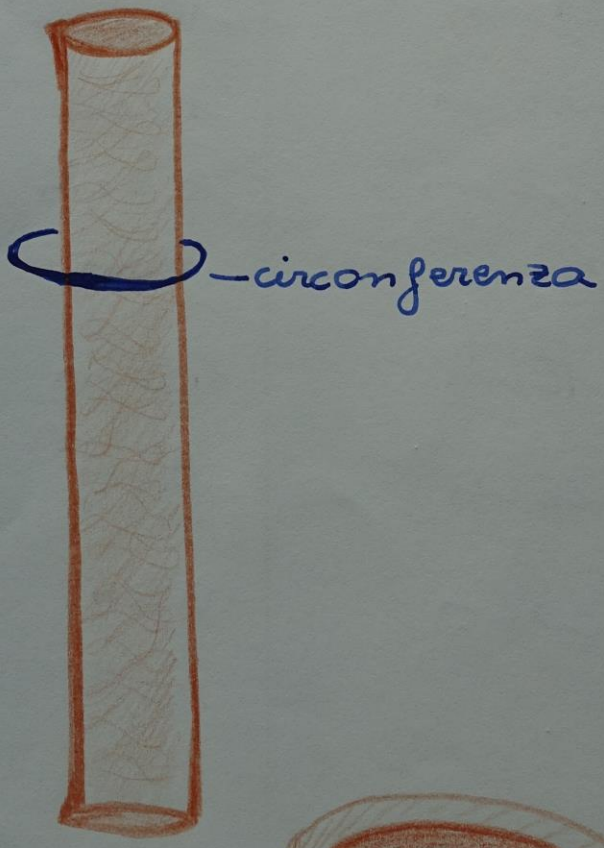
$$\Rightarrow A_{\text{cerchio}} = \frac{2\pi r \cdot r}{2} = \pi r^2$$

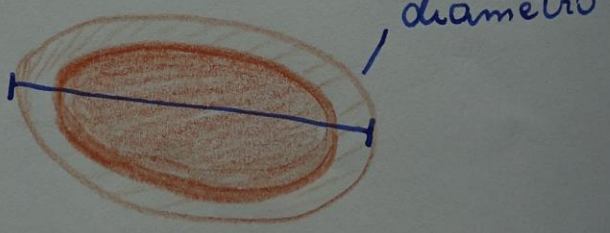
Misurazioni

GRUPPO	CIRCONFERENZA	DIAMETRO	RAPPORTO
GR 1	9,5 cm	3,7 cm	2,5
GR 2	40,7 cm	12 cm	3,39
GR 3	25 cm	7 cm	3,5
GR 4	19,5 cm	5,5 cm	3,6
GR 5	37 cm	10 cm	3,7
GR 6	51 cm	15,6 cm	3,4
GR 7	60.5 cm	19 cm	3,18
GR 8	32,2 cm	9,5 cm	3,38
GR 9	21 cm	7 cm	3
GR 10	15 cm	4,5 cm	$3,\bar{3}$
GR 11	26 cm	8 cm	3,25
GR 12	30 cm	9 cm	$3,\bar{3}$

La Circonferenza

Il maestro ci ha distribuito due cilindri di grandezze diverse per ogni banco. Noi dovevamo, con dei fili di spago, misurare la circonferenza e il cilindro di ogni cilindro. Abbiamo calcolato le seguenti misure e abbiamo scritto ordinatamente tutti i dati nella tabella precedente.





In tutti i cerchi del mondo, il rapporto tra la circonferenza ed il diametro è costante e pari a 3,141592... Questo numero, detto irrazionale, si chiama "Pi greco" $\pi = 3,141592$.

Per ricordarlo sono state scritte poesie:

- How I wish I could calculate Pi =
  3 1 4 1 5 9 2
- Che N'ebbe D'utile Archimede da
  ustori vetri sua somma scoperta?

Abbiamo quindi che:

$$\text{Circonferenza} = \pi \cdot \text{diametro}$$

&

$$\text{Circonferenza} = 2 \cdot \pi \cdot \text{raggio}$$

Cilindro

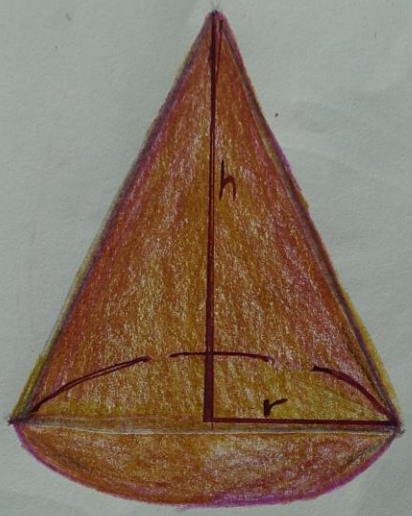
Aprendo un cilindro si ottenie un rettangolo.
L'area del rettangolo è base · altezza.
Quindi la circonferenza del cilindro è equivalente alla circonferenza · altezza.

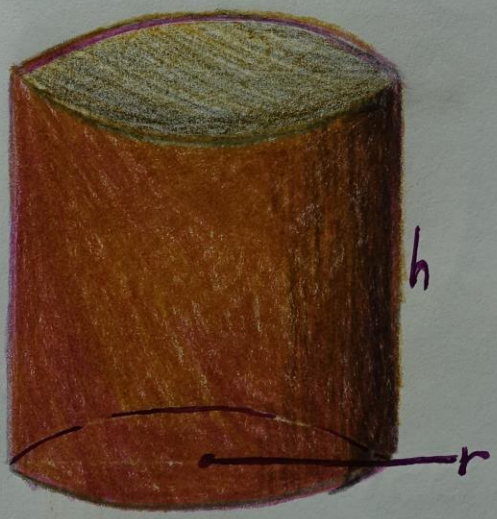
Un cilindro è chiuso da due cerchi congruenti. Ne deriva che superfice superiore e inferiore è uguale a:

$$\text{SUPERFICIE SUPERIORE ed INFERIORE} = 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

Quindi l'area del cilindro è la somma tra le due formule:

$$\text{SUPERFICIE CILINDRO} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2$$
$$= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (h + r)$$





Volume del cilindro:

$$V_{cil} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Volume del cono:

$$V_{cono} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

La Successione di Fibonacci

La successione di numeri 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34.... Si chiama successione di Fibonacci.

Questi numeri si trovano spesso negli organismi viventi. La spirale che abbiamo ottenuto con questi numeri si chiama spirale di Fibonacci.

La relazione che lega un termine della successione agli altri è la seguente:

Numero termine: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Termine: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34

3° termine = 2° termine + 1° termine

$2 = 1 + 1$

7° termine = 6° termine + 5° termine

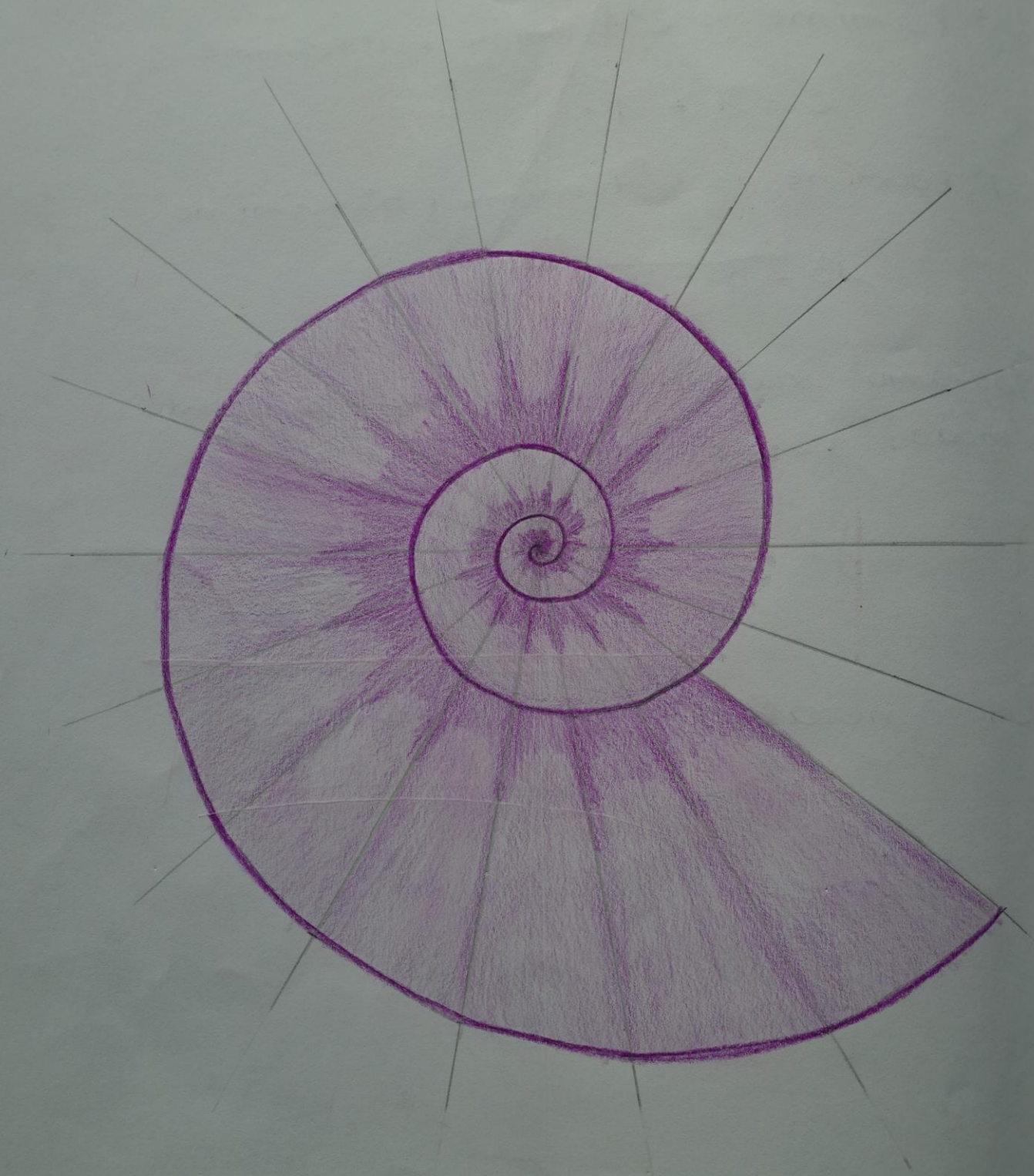
$13 = 8 + 5$

Possiamo scriverlo anche nel seguente modo: $f_3 = f_2 + f_1$ $\quad 2 = 1 + 1$

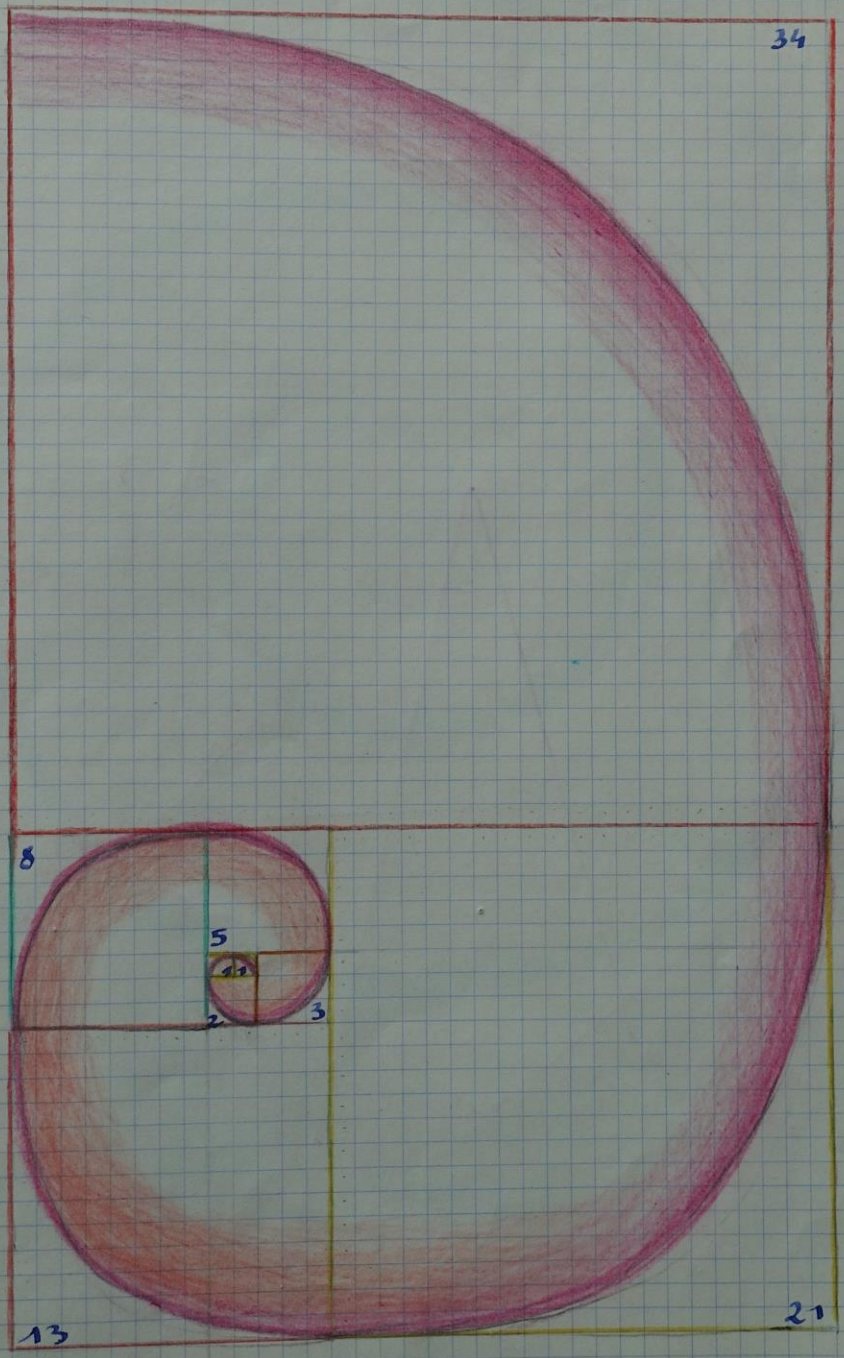
$f_5 = f_4 + f_3$ $\quad 5 = 3 + 2$

In generale: $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$

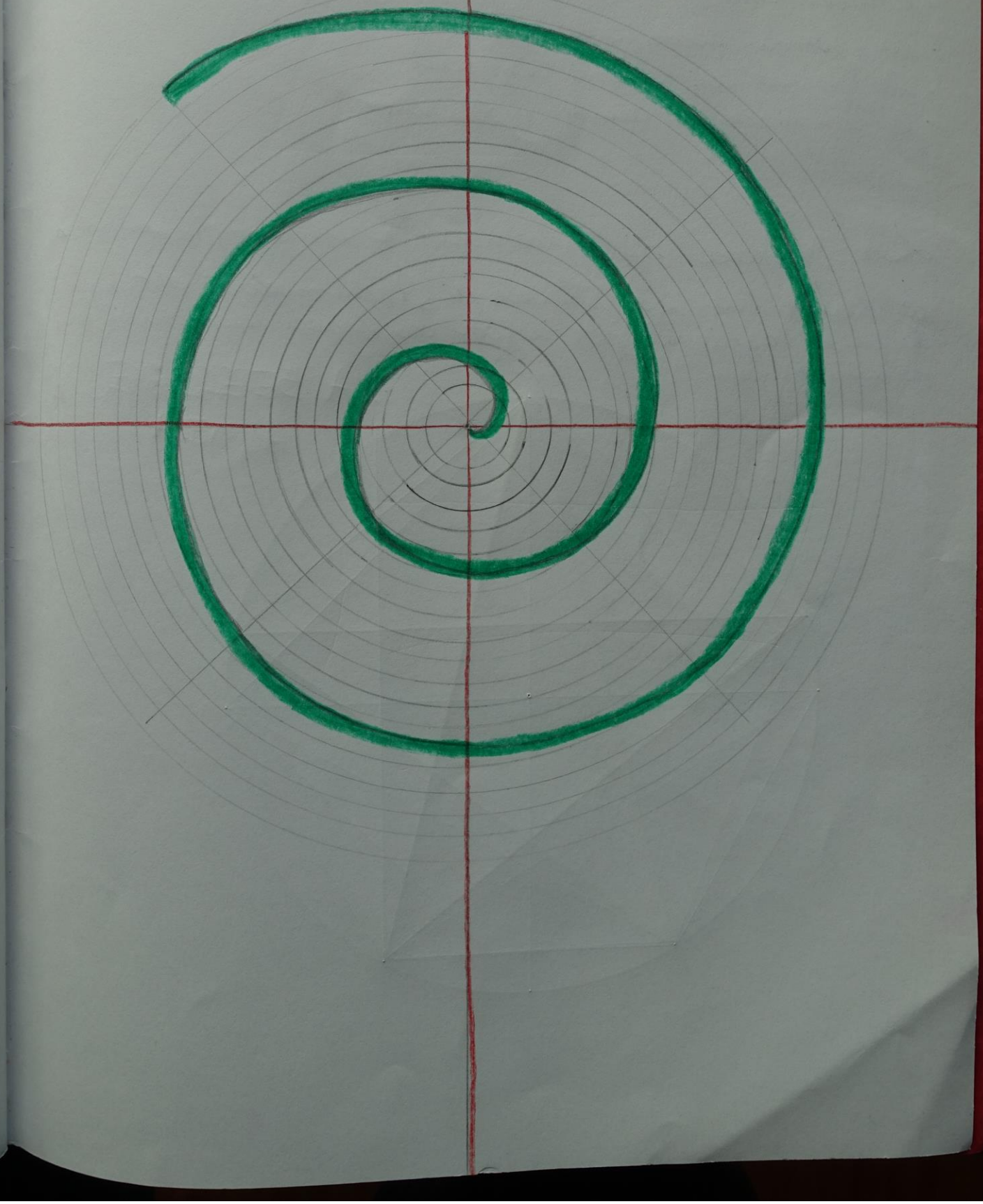
La spirale logaritmica



La spirale di Fibonacci



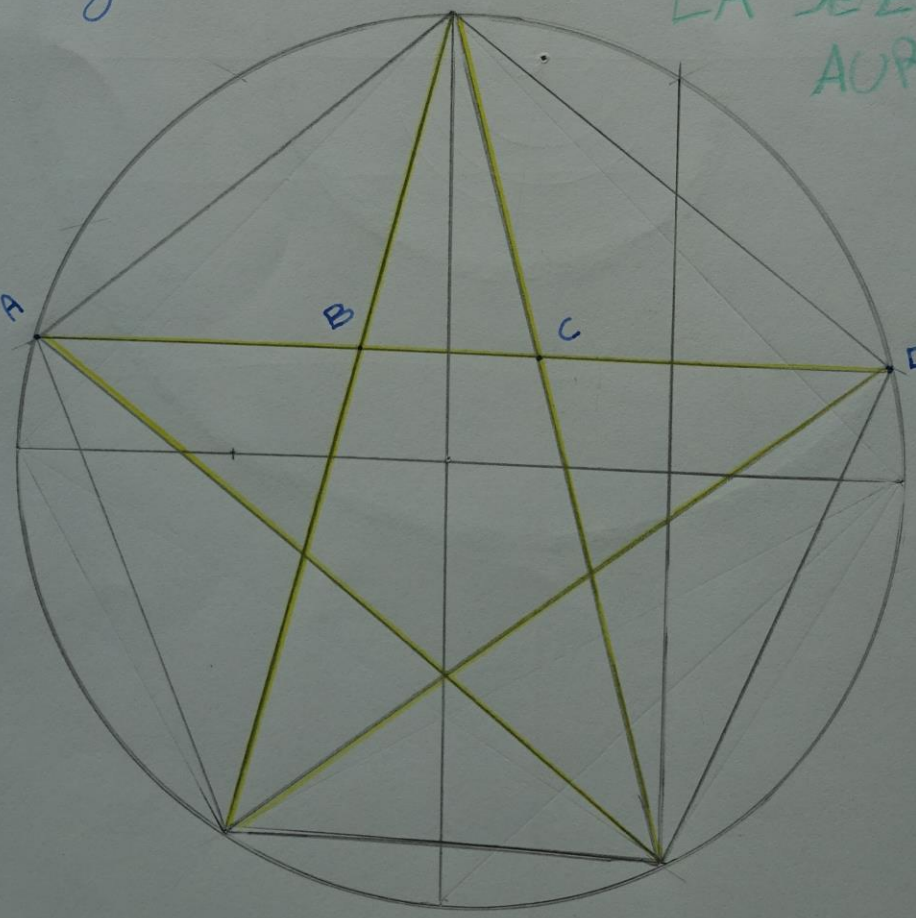
La spirale di Archimede

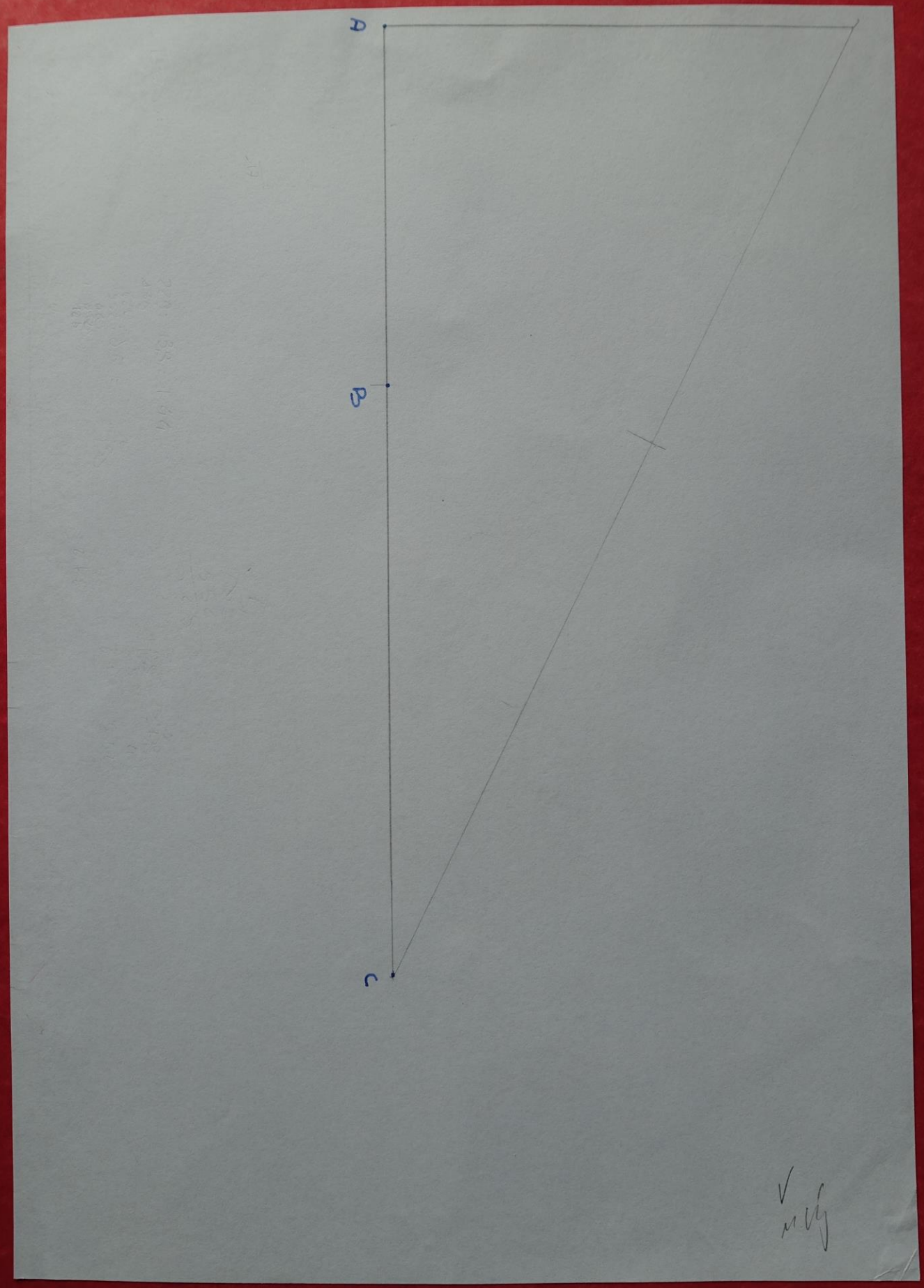


• Esempi in natura in cui ci sono spirali logaritmiche:
- l'avvicinamento di falco alla preda,
- l'avvicinamento di un insetto ad una fonte di luce,
- la forma delle galassie,
- la forma dei cicloni tropicali
- le conchiglie di alcuni molluschi

La spirale di Fibonacci è un esempio di spirale logaritmica. La spirale di Archimede si distingue da quella logaritmica per il fatto che bracci successivi hanno distanza fissa.

LA SEZIONE AUREA




A
B
C