Shine

Floating in the spaces of our mind on our soul
See the world so small and no one knows what's beyond
Closing up the boxes while horizons fade out
Striving for the north while sunlight shines from the south

Don't see the rainbow, bright colors arise
Did not have time to look inside
Swim in the blue waves of our dreams
Singing the blues, no reason for tears

You will shine, don't let it fade away
You will shine, don't leave it back today

Breathe in the spirit, let him flow through
Give life away, to become true
Follow the senses, taste all the vibes
Love is not far, just strengthen your sight

You will shine, don't let it fade away
You will shine, don't leave it back today
You will shine, don't let it fade away
You will shine, don't leave it back today

La Piramide dei Numeri

$$
\begin{array}{c}
1 = 1^2 \\
121 = 11^2 \\
12321 = 111^2 \\
1234321 = 1111^2 \\
123454321 = 11111^2 \\
12345654321 = 111111^2 \\
1234567654321 = 1111111^2
\end{array}
$$

$1 = 1^2$

$1+2+1 = 2^2$

$1+2+3+2+1 = 3^2$

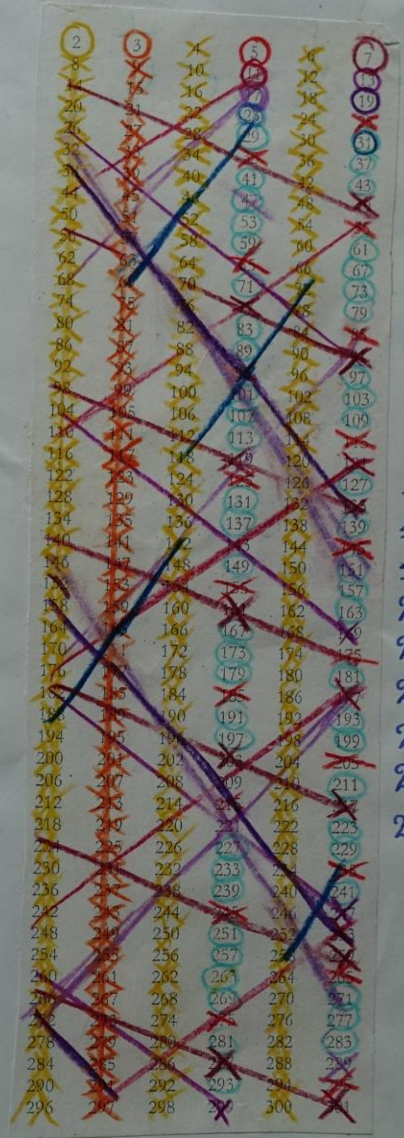
$1+2+3+4+3+2+1 = 4^2$

$1+2+3+4+5+4+3+2+1 = 5^2$

$1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1 = 6^2$

$1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1 = 7^2$

Il Crivello di Eratostene



Non vengono cancellati i seguenti numeri:

2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47; 53; 59; 61; 67; 71; 73; 79; 83; 89; 97; 101; 103; 107; 109; 113; 127; 131; 137; 139; 149; 151; 157; 163; 167; 173; 179; 181; 191; 193; 197; 199; 211; 223; 227; 229; 233; 239; 241; 251; 257; 263; 269; 271; 277; 281; 283; 293;

Il Crivello Di Eratostene

Abbiamo cancellato tutti i multipli di 2 tranne lo stesso, che abbiamo evidenziato. Dopo di che siamo passati al 3 (ossia il primo numero non cancellato dopo il 2), lo abbiamo cerchiato ed abbiamo eliminato dalla tabella tutti i suoi multipli; così via sino a quando, con il 17, non abbiamo cancellato che un numero.

Noi che siamo arrivati a 19 od oltre ci siamo accorti che da lì in avanti non si crivellava più nulla.

Inoltre ci siamo accorti che tra il multipli di uno stesso numero passavano righe parallele fra loro.

(vedi pagina 3)

Abbiamo ragionato su dove troviamo il numero 2 nel mondo

Il due è l'unico numero pari ad essere anche primo.

Esistono:

- 2 gambe braccia, occhi...;
- 2 sessi (secondo i pitagorici il femminile corrispondeva al 2);
- giorno e notte;
- bene e male;
- 2 poli magnetici;
- 2 poli elettrici;
- + e -;
- x e :;
- $()^2$ e $\sqrt{}$.
- Inverno ed Estate;
- chiaro e scuro;
- riso e pianto;
- io ed il mondo;
- caldo e freddo;

Scomporre in Fattori Primi

A) 15
B) 25
C) 175
D) 154
E) 84
F) 30
G) 210
H) 125
I) 90
L) 36
M) 900
N) 150
O) 625
P) 113
Q) 221
R) 299
S) 437

A:
$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5$

B:
$$\begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
$25 = 5 \cdot 5 = 5^2$

C:
$$\begin{array}{r|l} 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$
$175 : 5 \cdot 5 \cdot 7 = 5^2 \cdot 7$

D:
$$\begin{array}{r|l} 154 & 2 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$
$154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$

E:
$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$
$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$

F:
$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

G:
$$\begin{array}{r|l} 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$
$210 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$

H:
$$\begin{array}{r|l} 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
$125 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$

I:
$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

L:
$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$
$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$

M:
$$\begin{array}{r|l} 900 & 2 \\ 450 & 2 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
$900 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

N:
$$\begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$

O:
$$\begin{array}{r|l} 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
$625 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$

P:
$$\begin{array}{r|l} 143 & 11 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$
$143 = 11 \cdot 13$

Q:
$$\begin{array}{r|l} 221 & 13 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$
$221 = 13 \cdot 17$

R:
$$\begin{array}{r|l} 299 & 13 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$
$299 = 13 \cdot 23$

S:
$$\begin{array}{r|l} 437 & 19 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$
$437 = 19 \cdot 23$

Tra i fattori compaiono i seguenti numeri: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23.

Definizione di Numero Primo

Un numero primo è un numero naturale maggiore di uno che non ha divisori positivi tranne uno e se stesso.

Teorema fondamentale dell'aritmetica:

Ogni numero naturale maggiore di uno o è un numero primo o si può esprimere come prodotto di numeri primi. Tale rappresentazione è unica se si prescinde dall'ordine in cui compaiono i fattori.

Abbiamo ragionato su dove troviamo il numero 3 nel mondo:

Esempi:

- 3 Moschettieri;
- I triangoli (sono la figura piana con meno lati).
- 3 dimensioni.
- 3 tempi, passato, presente e futuro.
- Il treppiede, oggetti con meno gambe se non hanno una base sufficentemente grande cadono.
- Non c'è due senza tre.
- Bambino, adulto, anziano.
- Padre, Figlio e Spirito Santo.
- Capo, tronco arti.
- Pensare, sentire, volere.
- In India il dio supremo Ishvara ha tre forme: Brahman, il creatore, Vishnu, il conservatore, e Shiva, il distruttore.
- Tre pasti principali.
- Tre colori principali.
- Secondo i greci il tre era il numero maschile

La Crittografia:

Un messaggio si dice crittato quando è scritto in una lingua normale ma con le lettere non corrispondenti ai suoni loro attribuiti normalmente, quindi spostate di un certo numero di posizioni rispetto al solito.

Di seguito la spiegazione di due metodi di cifratura e decifratura.

Il primo metodo di ~~santo~~ cifratura lo ideò Giulio Cesare (o almeno così si dice) e consiste nello spostare di un predeterminato numero di posizioni tutte le lettere, di conseguenza per decifrarlo basterà ri-spostarle del numero stabilito per ottenere la soluzione.

Esempio di decrittaggio del Metodo di Cesare:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

OH WUXSSH DUULYDQR GRPDQL

Partendo da questa frase, e spostando le lettere indietro di tre posizioni otteniamo:

LE TRUPPE ARRIVANO DOMANI

Questo implica però che nel caso ci siano delle doppie queste saltino subito all'occhio. Perciò nel

XVII secolo i francesi lo modificarono metten-
do una parola chiave cui i numeri della po-
sizione delle lettere nell'alfabeto corrispondeva
al numero di posizioni che separavano
la lettera reale da quella utilizzata.

Esempio: ~~del~~

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

La chiave è: olmo = 15.12.13.15

IDN JC AEP UMPRXMZD EMHHP
OLM OO LMO OLMOOLMO OLMOO
15/12/13 15/15 12/13/15 15/12/13/15/15/12/13/15 15/12/13/15/15

Partendo dalla sovrastante chiave e spostando ciascu-
na lettera indietro del numero di posizioni indi-
cato si ottiene:

TRA UN ORA FACCIAMO PAUSA

Il sistema di decriptazione del "Cifrario di Vigenère":

- Scrivo la frase da decifrare: QCM CSHHLJSACEN HDRTRB
- Scrivo una lettera della chiave sotto ad ogni lettera del messaggio, ripeten-do, se necessario, la chiave: VOLIAMOVIA VOLI AMOVIA
- Scrivo la posizione delle lettere, nel ? della chiave, nell'alfabeto: 22·15·12 9·1·13·15·22 9·1·22·15·12·9 1·13·15·22·9·1
- Calcolo, andando all'indietro le posizioni delle lettere reali nell'alfabeto: UNA TRASPARENTE GOCCIA
- Scrivo la soluzione completa con la punteggiatura e gli spazi (spesso omessi per evitare una più semplice comprensione del messaggio da parte di spie).

Numeri Primi:

Esistono infiniti numeri primi!

Ad oggi non esiste una formula per calcolar-li tutti.

Essendo difficile definire se un numero è primo vengono usati nella crittografia.

Le due formule:

$$n^2+n+41$$

e

$$y=n^2-79 \quad +1601 \quad (\text{per nr.}=0\ldots 79)$$

valgono solo per certi numeri primi.

Abbiamo ragionato su dove troviamo il numero 4 nel mondo:

Esempi:

- Quattro arti.
- Quattro stagioni.
- Quattro ruote.
- Quadrato (quadrilateri).
- Quadrifoglio.
- Quattro elementi.
- Quattro direzioni: Nord, Ovest, Sud, Est.
- Quattro vangeli riconosciuti.
- Croce svizzera
- Il nome di Dio in molte lingue è composto da quattro lettere e quattro suoni:
- Deus (latino);
- Theos (greco);
- Allah (arabo);
- Jawn (ebraico);
- Zeus (re degli dei olimpici).

Facciamo le seguenti divisioni:

$1:1=1$
$1:2=0,5$
$1:3=0,\overline{3}$
$1:4=0,25$
$1:5=0,2$
$1:6=0,1\overline{6}$
$1:7=0,\overline{142857}$
$1:8=0,125$
$1:9=0,\overline{1}$
$1:10=0,1$
$1:11=0,\overline{09}$
$1:12=0,08\overline{3}$
$1:13=0,\overline{076923}$

ABBIAMO TRE TIPI DI RISULTATO:

- Decimali finiti
- Periodici semplici $(0,\overline{3})$
- Periodici misti $(0,1\overline{6})$

$2:7=0,\overline{285714}$
$3:7=0,\overline{428571}$
$4:7=0,\overline{5714285}$
$5:7=0,\overline{714285}$
$6:7=0,\overline{857142}$
$8:7=1,\overline{142857}$
$16:7=2,\overline{285714}$
$27:7=3,\overline{857142}$

$2:7=0,\overline{285714}$
-20 60 40 50 10 30 -20

$3:7=0,\overline{428571}$
-30 20 60 40 50 10 -30

$4:7=0,\overline{571428}$
-40 50 10 30 20 60 -40

$5:7=0,\overline{714285}$
-50 10 30 20 60 40 -50

$6:7=0,\overline{857142}$
-60 40 50 10 30 20 -60

~~8:7=1,1428~~
$8:7=1,\overline{142857}$
-10 30 20 60 40 50 -10

$16:7=2,\overline{285714}$
-20 60 40 50 10 30 -20

$27:7=3,\overline{857142}$
-60 40 50 10 30 20 -60

Osserviamo che il periodo delle divisioni per 7 è composto sempre dagli stessi numeri nello stesso ordine, che però girano.

$1:13=0,\overline{076923}$ ×
$2:13=0,\overline{153846}$ ×
$3:13=0,\overline{230769}$ ×
$4:13=0,\overline{307692}$ ×
$5:13=0,\overline{384615}$ ×
$6:13=0,\overline{461538}$ ×
$7:13=0,\overline{538461}$ ×
$8:13=\cancel{0,38}\ 0,\overline{615384}$
$9:13=0,\overline{692307}$
$11:13=0,\overline{846153}$

Nel 13 osserviamo che ci sono due differenti cicli di numeri consecutivi (× e ×).

~~Moltiplichiamo~~

Moltiplichiamo il periodo di 17 per la sequenza dei casi:

```
     142857 ·
     326451 =
     ------
     142857
    714285-
   571428--
  857142---
 285714----
428571-----
-----------
46635810507
```


Per il ~~to~~ 13 osserviamo le sequenze ed i casi relativi:

1ª sequenza: × = 076923
9 9 9

2ª sequenza: × = 153846
9 9 9

1° resto (di ×) = 1 10 9 12 3 4 ; 1+10+9+12+3+4 = 39 (= 13·3)
2° resto (di ×) = 2 7 5 11 6 8 ; 2+7+5+11+6+8 = 39 = 13·3

Ulteriori osservazioni:

$1:7=0,\overline{142857} \rightarrow 1+4+2+8+5+7=27=3\cdot 9$
$1:13=0,\overline{076923} \rightarrow 0+7+6+9+2+3=27=3\cdot 9$
$1:41=0,\overline{02439} \rightarrow 0+2+4+3+9=18=2\cdot 9$
$1:73=0,\overline{01369863} \rightarrow 0+1+3+6+9+8+6+3=36=4\cdot 9$

La somma dei numeri periodici di una frazione il cui denominatore è un numero primo è sempre divisibile per **9**.

Vediamo i resti:

1:13 = 1 10 9 12 3 4
13 13 13

2:13 = 2 7 5 11 6 8
13 13 13

1:7= 1 3 2 6 4 5

7 7 7

1:73= ~~1 3 2 6 4 5~~

1:73= 27 51 72 63 46 22 1 10

73 73 73 73

Se il numero di cifre del periodo di una divisione in cui il denominatore è un numero primo è pari, la somma dei resti a due a due è sempre uguale al denominatore.

1:17=0,0588235294117642

05+
88+
23+
52+
94+
11+
76+
477
396 = 9·44

0588+
2352+
9411+
7647=
19998 = 9·2222

05882352+
94117647=
99999999 = 9·11'11'111

Tutto è ritmico!

Abbiamo ragionato su dove troviamo il numero 5 nel mondo:

Esempi:

- Infondo a ciascun arto abbiamo 5 dita.
- Il pentagono.
- 3+2=5 per i greci era il numero del matrimonio.
- 5 sensi.
- 5 giorni di so
- Il pentagramma ha 5 righi.
- I solidi di Platone.
- Torah: genesi, esodo, levitico, numeri ed deuteronomio
- Per i cinesi esistono 5 elementi: acqua, fuoco, legno, metallo, terra.
- I musulmani pregano 5 volte al giorno.

Abbiamo ragionato su dove troviamo il numero 6 nel mondo:

Esempi:

- La Stella di Davide ha 6 punte.
- I greci lo consideravano il numero perfetto oltre che un'altro numero del matrimonio perchè: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ e $3+2+1=6$.
- Nell alveare le celle delle api sono esagonali.
- Il cubo ha 6 facce.
- 6 giorni di creazione.
- Nella religione ebraica ci sono 6 cose che ci caratterizzano, 3 ci fanno simili agli animali, ossia: nutrirsi, procreare e produrre escrementi; le altre 3 ci paragonano agli angeli perchè come loro camminiamo eretti, pensiamo e parliamo la Lingua Sacra.

Un metodo rapido per fare il quadrato di alcuni numeri:

$$\begin{array}{rl} 76^2 & \\ 4936 & \to 7^2 \text{ e } 6^2 \\ 84 & \to 7 \cdot 6 \cdot 2 \\ \hline 5776 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 48^2 \\ 1664 \\ 64 \\ \hline 2304 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 96^2 \\ 8136 \\ 108 \\ \hline 9216 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 91^2 \\ 8101 \\ 18 \\ \hline 8281 \end{array}$$

se il quadrato dell'unità è più piccolo di 10 si aggiunge uno zero nel mezzo.

$$\begin{array}{r} 67^2 \\ 3649 \\ 84 \\ \hline 4489 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 39^2 \\ 981 \\ 54 \\ \hline 1521 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 53^2 \\ 2509 \\ 30 \\ \hline 2809 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 42^2 \\ 1604 \\ 16 \\ \hline 1764 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 74^2 \\ 4916 \\ 56 \\ \hline 5476 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 93^2 \\ 8109 \\ 54 \\ \hline 8649 \end{array}$$

Algoritmo del calcolo dei quadrati dei numeri da 11 a 99:

1) Scrivo il numero in questione — 76^2
2) Faccio il quadrato della cifra più a destra (6^2) e la scrivo sotto. — 76^2 / 36
3) Faccio il quadrato della cifra a sinistra (7^2) e lo scrivo accanto (**49** 36) — 76^2 / 4936
4) Moltiplico la 1ª cifra per la 2ª cifra e il tutto per due ($7 \cdot 6 \cdot 2 = 84$ / $(7 \cdot 6)^2$)
5) Scrivo il risultato del punto 4) sotto i quadrati delle due cifre ~~spostandolo~~ spostato di una posizione. — 76^2 / 4936 / $84-$
6) Sommando i tre risultati si ottiene il risultato. — 76^2 / 4936 / $84-$ / 5776

Conversione di un Numero in Frazione:

5,25= $z=5{,}25;\ z\cdot 100=525\ \big|:100;\ z=\frac{525}{100};\ \frac{105}{20};\ \frac{21}{4}$

5,25=

Esempi:

1) 3,47
2) 8,419
3) 2,4
4) 6,73
5) 7,511

1) $3{,}47\cdot 100=\frac{347}{100}$

2) $8{,}419\cdot 1000=\frac{8419}{1000}$

3) $2{,}4\cdot 10=\frac{24}{10};\ \frac{12}{5}$

4) $6{,}73\cdot 100=\frac{673}{100}$

5) $7{,}511\cdot 1000=\frac{7511}{1000}$

Moltiplico il numero per 10,100,1000... in funzione del numero di cifre dopo la virgola, mettendo poi il numero scelto a denominatore.

Esempio: $5{,}25 \xRightarrow{\cdot 100} \frac{525}{100}$

$1{,}08\bar{3}=$

$z=1{,}08\bar{3}\ \big|\cdot 1000;\ 1000z=1083{,}\bar{3};\ \big|-100z;\ 1000z-100z=$
$1083{,}\bar{3}-108{,}\bar{3};\ 900z=975;\ \big|:900;\ z=\frac{975}{900};\ z=\frac{13}{12}$

$13:12=1{,}08\bar{3}$
10
100
40
(40)

Abbiamo ragionato su dove troviamo il numero 7 nel mondo

Esempi:

- 7 giorni della settimana.
- 7 meraviglie del mondo antico.
- 7 pianeti.
- 7 mari.
- 7 anni per ogni fase di vita.
- Il 7 è il numero sacro.
- Nell'Islam ci sono: 7 cieli, 7 terre, 7 mari, 7 giri attorno al Cubo Nero nel Tempio della Mecca.
- Il 7 è un numero primo.
- Nel mondo ci sono 7 mari.
- 7 sono i colori dell'arcobaleno.
- Ogni fase della luna dura 7 giorni.
- 7 sono le note.
- 7 colli di Roma, nonché 7 re.

LE POTENZE

1) Rappresenta 128 come prodotto di 2 numeri:

$128 = 64 \cdot 2 = 32 \cdot 4 = 16 \cdot 8$

Ora rappresenta tutti i fattori come potenze di 2:

$2^7 = 2^6 \cdot 2^1 = 2^5 \cdot 2^2 = 2^4 \cdot 2^3$

Esempio:

$243 = 81 \cdot 3 = 27 \cdot 9$

$3^5 = 3^4 + 3^1 = 3^3 \cdot 3^2$

2) Rappresenta 4 come divisione di due numeri:

$4 = 8:2; 16:4; 52:13; 68:17; 408:52; 4320:1080.$

$4 = \frac{8}{2}; \frac{16}{4}; \frac{32}{8}; \frac{64}{16}; \frac{128}{32}$

Ora rappresenta i valori trovati come potenze di 2:

$2^2 = \frac{2^3}{2^1}; \frac{2^4}{2^2}; \frac{2^5}{2^3}; \frac{2^6}{2^4}; \frac{2^7}{2^5}$

3) Rappresenta 36 come prodotto di 2 numeri:

$36 = 6 \cdot 6; 3 \cdot 12; 9 \cdot 4; 18 \cdot 2$

Trova le potenze contenute nei fattori:

$36 = 6^2; 3^2 \cdot 2^2$

$36 = 18 \cdot 2 = 3^2 \cdot 2 \cdot 2 = 3^2 \cdot 2^2$

$36 = 12 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$

Esercizio:

$100 = 5 \cdot 20; 25 \cdot 4; 10 \cdot 10$

$225 = 5 \cdot 45; 25 \cdot 9; 3 \cdot 75; 15 \cdot 15$

Le Leggi delle Potenze

- 1ª parte -

Dal punto 1), del ~~ter~~ capitolo precedente, possiamo derivare la:

Prima legge delle potenze:

$2^7 = 2^6 \cdot 2^1 ; 2^5 \cdot 2^2 ; 2^4 \cdot 2^3$

Si osservino gli esponenti:

$7 = 6 + 1 = 5 + 2 = 4 + 3$

Quindi, in generale:

$$\boxed{a^N \cdot a^M = a^{N+M}}$$

Potenze con base uguale a possono essere moltiplicate sommando gli esponenti:

Esempio:

$37^{15} \cdot 37^{20} = 37^{15+20} = 37^{35}$

Dal punto 2), sempre del capitolo precedente, possiamo derivare la:

Seconda legge delle potenze.

$2^2 = \frac{2^3}{2^1} = \frac{2^4}{2^2} = \frac{2^5}{2^3} = \frac{2^6}{2^4} = \frac{2^7}{2^5}$

Si osservino gli esponenti:

$2 = 3 - 1 = 4 - 2 = 5 - 3 = 6 - 4 = 7 - 5$

Quindi, in generale:

$$\boxed{\frac{a^N}{a^M} = a^{N-M}}$$

Esempio: $\frac{5^{30}}{5^{25}} = 5^5$

Potenze con base uguale a possono essere divise facendo la sottrazione degli esponenti.

Dal punto 3) possiamo derivare la:

Terza legge delle potenze:

$6^2 = 3^2 \cdot 2^2$

Si nota che $6 = 3 \cdot 2$

Quindi, in generale:

$$\boxed{a^N \cdot b^N = (a \cdot b)^N}$$

Esempio:

$$12^{22} \cdot 15^{22} = (12 \cdot 15)^{22} = 180^{22}$$

Potenze con basi diverse ed esponente N uguale possono essere moltiplicate elevando a N il prodotto delle basi.

Abbiamo ragionato su dove troviamo il numero 12 nel mondo:

Esempi:

- 12 Apostoli.
- 12 Mesi.
- 12 ore.
- Mezzogiorno e mezzanotte sono alle 12.
- Dozzina.
- Divisori di ~~a~~ 12 = 1,2,3,4,6,12.
- 12 segni zodiacali.
- 12 fatiche di Ercole.
- 12 tribù di Israele.
- 12 dei dell'Olimpo.

Le POTENZE

- 2ª parte -

1) Rappresenta come potenza:

$$\frac{16}{4} = 4 = \frac{4^2}{2^2} = 2^2 = \frac{2^4}{2^2} = 2^2$$

Esempi:

$$\frac{36}{9} = 4 \quad \frac{6^2}{3^2} = 2^2; \qquad \frac{81}{9} = 9 = \frac{9^2}{3^2} = 3^2 = \frac{3^4}{3^2} = 3^2$$

$$\frac{225}{25} = 9 = \frac{15^2}{5^2} = 3^2; \qquad \frac{144}{16} = 9 = \frac{12^2}{4^2} = 3^2 = \frac{12^2}{2^4} = 3^2$$

5) Rappresenta come potenza il seguente numero:

$64 = 8^2; 4^3; 2^6 = 64 = (2^3)^2 = (2^2)^3 = 2^6$

$81 = 9^2; 3^4 = 81 = (3^2)^2; 3^4$

$256 = 16^2; 4^4; 2^8 = 256 = (4^2)^2; [(2^2)^2]^2; (2^2)^4; 2^8$

Le Leggi delle Potenze

- 2ª parte -

Dal punto 4) possiamo derivare la:

Quarta legge delle potenze:

$$\frac{12^2}{4^2} = 3^2$$

Si osserva che:

$$\frac{12}{4} = 3$$

Quindi, in generale:

$$\boxed{\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m}$$

Potenze con basi diverse ed esponente N uguale possono essere divise elevando a N il quoziente delle basi.

Dal punto 5) possiamo derivare la:

Quinta legge delle potenze:

$((2^2)^2)^2 = (2^4)^2 = (2^2)^4 = 2^8$

Si osservino gli esponenti:

$2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 2 \cdot 4 = 8$

Quindi in generale:

$$\boxed{(a^n)^m = a^{n \cdot m}}$$

La potenza con base a ed esponente n, se elevata alla m, diventa una potenza con base a ed esponente il prodotto di n.m.

Attenzione !

$a^n + b^n \neq (a+b)^n$

Esempio: $3^2 + 4^2 \stackrel{?}{=} (3+4)^2$; $9+16 \stackrel{?}{=} 49$; $25 \stackrel{?}{=} 49$; $25 \neq 49$

Lo stesso vale anche col meno (-).

Esempio: $4^2 - 3^2 \stackrel{?}{=} (4+3)^2$; $16-9 \stackrel{?}{=} 1$; $7 \stackrel{?}{=} 1$; $7 \neq 1$

CASI PARTICOLARI:

Cosa significa: $a^1 = ?$

$a^1 = ? = a^{3-2} = \frac{a^3}{a^2} = \frac{aaa}{a \cdot a} = a$

Cosa significa: $a^0 = ?$

$a^{3-3} = \frac{a^3}{a^3} = \frac{a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a} = 0$

Il calcolo della Radice:

Possiamo calcolare la radice quadrato di ~~5625~~ 2116?

Sappiamo che la radice quadrata di 2116 si trova tra 40^2 e 50^2, per tentativi siamo arrivati a capire che è 48.

Possiamo provare con un metodo più algebrico:

$20^2 = 400$
$30^2 = 900$
$40^2 = 1600$
$50^2 = 2500$
$60^2 = 3600$
$70^2 = 4900$
$80^2 = 6400$
$90^2 = 8100$
$100^2 = 10000$

$\sqrt{5625} = ?$

Il valore si trova tra:

70^2 e 80^2

$\sqrt{5625} = 70 + e \,|\, ()^2$; $5625 = (70+e)^2$; $5625 = (70+e) \cdot (70+e)$;

$5625 = 4900 + 140e + e^2 \,|\, -4900$; $5625 - 4900 = e \cdot (140+e)$;

$725 = e \cdot (140+e) \,|\, :140$; $e \cong \frac{725}{140} = 5$

$(725 = e \cdot 140 \,|\, :140$; $\frac{725}{140} = e)$ (La e che ~~venne~~ viene sommata al 140 è un valore talmente piccolo che si può rimuoverla.)

Abbiamo ragionato su dove troviamo il numero (?) 1 nel mondo:

Esempi:

- Per i greci non era un numero ben-
sì la base di tutti i numeri.

- Alcuni organi del corpo sono unici: cuore...

- $1 \cdot 1 = 1$
- $1 : 1 = 1$
- $1^2 = 1$
- $1^{125} = 1$
- $\sqrt{1} = 1$

- $3 \cdot 1 = 3$; $3 + 1 = 4$ (È l'unico numero che se viene sommato ad un altro dà un risultato maggiore rispetto a quando lo si moltiplica per ~~a~~ lo stesso valore.

- Per i greci era anche un numero jolly: se sommato ad un numero pari dà un ~~num~~ dispari e viceversa (da femminile a maschile ed il contrario).

- Spesso è il simbolo della divinità.

- L'~~u~~1 si può solo dividere.

HALLELUJAH

Well I heard there was a secret chord
That David played and it pleased the Lord
But you don't really care for music, do you?
It goes like this: the fourth, the fifth
The minor fall and the major lift
The baffled king composing Hallelujah

Hallelujah Hallelujah Hallelujah Hallelujah

Your faith was strong but you needed proof
You saw her bathing on the roof
Her beauty and the moonlight overthrew you
She tied you to her kitchen chair
She broke your throne and she cut your hair
And. from your lips she drew the Hallelujah

Hallelujah Hallelujah Hallelujah Hallelujah

Baby I've been here before
I've seen this room and I've walked this floor
I used to live alone before I knew you
And I've seen your flag on the marble arch
And love is not a victori march
It's a cold and it's a broken Hallelujah

Hallelujah Hallelujah Hallelujah Halleluja

Le leggi delle radici:

1) Calcola: $\sqrt{225} =$ $\sqrt{225} = 15$

Ora cerca alcuni fattori di 225:

$225 = 15^2; 25 \cdot 9; 45 \cdot 5$

$\sqrt{225} = \sqrt{25 \cdot 9}$ $\sqrt{225} = \sqrt{25 \cdot 9}$; $\sqrt{225} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{9}$; $15 = 5 \cdot 3$; $15 = 15$

Esempi:

$\sqrt{576} = 24$

$576 = 24^2$; ~~144·4~~; ...

$144 \cdot 4 / 64 \cdot 9 / 16 \cdot 36$

$\sqrt{144 \cdot 4} \overset{?}{=} \sqrt{144} \cdot \sqrt{4}$; $12 \cdot 2 \overset{?}{=} 12 \cdot 2$; $12 \cdot 2 = 12 \cdot 2$; $24 = 24$

$\sqrt{400} = 20$

$400 = 20^2; 25 \cdot 16; \ldots$

$16 \cdot 25 / 100 \cdot 4$

$\sqrt{25 \cdot 16} \overset{?}{=} \sqrt{25} \cdot \sqrt{16}$; $5 \cdot 4 \overset{?}{=} 5 \cdot 4$; $5 \cdot 4 = 5 \cdot 4$; $20 = 20$

$\sqrt{64} = 8$

$64 = 8^2; 4 \cdot 16; \ldots$

$\sqrt{16 \cdot 4} \overset{?}{=} \sqrt{16} \cdot \sqrt{4}$; $4 \cdot 2 \overset{?}{=} 4 \cdot 2$; $4 \cdot 2 = 4 \cdot 2$; $8 = 8$

$\sqrt{324} = 18$

$324 = 18^2; 9 \cdot 36; \ldots$

$36 \cdot 9 / 81 \cdot 4$

$\sqrt{36 \cdot 9} \overset{?}{=} \sqrt{36} \cdot \sqrt{9}$; $6 \cdot 3 \overset{?}{=} 6 \cdot 3$; $6 \cdot 3 = 6 \cdot 3$; $18 = 18$

E

Esempi:

~~Esercizio : Pacolo:~~

1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6$

$\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6$

$\sqrt{48} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{48 \cdot 3} = \sqrt{144} = 12$

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{12{,}5} = \sqrt{2 \cdot 12{,}5} = \sqrt{25} = 5$

$\sqrt{72} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{72 \cdot 2} = \sqrt{144} = 12$

2) $\sqrt{\frac{16}{4}} = \sqrt{4} = 2$

$\sqrt{\frac{16}{4}} \stackrel{?}{=} \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}} ; 4 = 4$

Esercizio:

$\sqrt{\frac{156}{64}} = \sqrt{\frac{166}{64}} = \cancel{\frac{\sqrt{156}}{\sqrt{64}}} = \frac{16}{8} = 4$ $\qquad \sqrt{\frac{156}{64}} \stackrel{?}{=} \frac{\sqrt{156}}{\sqrt{64}} ; \frac{16}{8} \stackrel{?}{=} \frac{16}{8} ; \frac{16}{8} = \frac{16}{8} ; 4 = 4$

$\sqrt{\frac{81}{9}} = \sqrt{\frac{81}{9}} = \frac{9}{3} = 3$ $\qquad \sqrt{\frac{81}{9}} \stackrel{?}{=} \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{9}} ; \frac{9}{3} \stackrel{?}{=} \frac{9}{3} ; \frac{9}{3} = \frac{9}{3} ; 3 = 3$

$\sqrt{\frac{625}{25}} = \sqrt{\frac{625}{25}} = \frac{25}{5} = 5$ $\qquad \sqrt{\frac{625}{25}} \stackrel{?}{=} \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{25}} ; \frac{25}{5} \stackrel{?}{=} \frac{25}{5} ; \frac{25}{5} = \frac{25}{5} ; 5 = 5$

$\sqrt{\frac{1296}{36}} = \sqrt{\frac{1296}{36}} = \frac{36}{6} = 6$ $\qquad \sqrt{\frac{1296}{36}} \stackrel{?}{=} \frac{\sqrt{1296}}{\sqrt{36}} ; \frac{36}{6} \stackrel{?}{=} \frac{36}{6} ; \frac{36}{6} = \frac{36}{6} ; 6 = 6$

$\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{162}{2}} = \sqrt{\frac{81}{1}} = 9$

$\frac{\sqrt{192}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{192}{3}} = \sqrt{\frac{64}{1}} = 8$

Trovo una legge generale per le radici:

Le moltiplicazioni e le divisioni tra radici quadrate possono essere divise sotto differenti radici o, viceversa, unite sotto una stessa radice. Esemp

Esempi:

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a} \rightarrow a:a=M}{\sqrt{b} \rightarrow b:b=N} = M:N=Z$ $\qquad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = (a:a=m) \cdot (b:b=n) = m \cdot n = Z$

Dal punto 1) possiamo derivare la seguente legge delle radici.

$$\sqrt{25 \cdot 9} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{9}$$

Quindi, in generale:

$$\boxed{\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}}$$

Il prodotto di due numeri sotto radice è uguale al prodotto delle radici dei due numeri.

Dal punto ~~due~~ 2) possiamo derivare la ~~seguen~~ seguente legge delle radici:

$$\sqrt{\frac{16}{4}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}$$

Quindi in generale:

$$\boxed{\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}}$$

Il quoziente delle radici di due numeri è uguale al quoziente dei risultati delle radic dei due numeri.

Perchè è utile?

Esempi: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} \stackrel{?}{=} \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6$

$\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = ?$ $\sqrt{27 \cdot 3} = \sqrt{81} = 9$

$\sqrt{75} \cdot \sqrt{3} = ?$ $\sqrt{75 \cdot 3} = \sqrt{225} = 15$

$\frac{\sqrt{288}}{\sqrt{2}} = ?$ $\sqrt{\frac{288}{2}} = \sqrt{144} = 12$

Abbiamo ragionato su dove troviamo il numero (?) 0 nel mondo:

Esempi:

- In diverse culture non esiste.
- È il simbolo del "vuoto".
- Si ottiene facendo "a - a = 0".
- Arrivò in Europa dagli Arabi tramite Fibonacci.
- La chiesa lo trattava inizialmente come magico e diabolico.

- 1 → 10 → 100 → 1000.
- 1 → 0,1 → 0,01 → 0,001.

Numeri Irrazionali:

3,14159265358979323846264338327950288419716939933751...

1,6180339887498948482045868343656381177203917980576286 21...

1,414213562373095048801688724209698078569671875326 9480...

Che numeri sono?

π, ϕ, $\sqrt{2}$

Questi numeri hanno infinite cifre dopo la virgola che non si ripetono mai. Numeri di questo tipo si chiamano numeri Irrazionali. I numeri irrazionali non possono venire espressi come frazione. Possono comunque essere espressi in ques te modo:

$$\sqrt{2} = 1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+1\ldots}}}}}}}$$

Iterazione			VALORE FRAZIONALE	VALORE DECIMALE
1) $1+\frac{1}{2}$			$1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$	1,5
2) $1+\cfrac{1}{2+\frac{1}{2}}$	$2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$	$1+\cfrac{1}{\frac{5}{2}}$	$1+\frac{2}{5}=\frac{7}{5}$	1,4
3) $1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\frac{1}{2}}}$	$2+\cfrac{1}{\frac{5}{2}}$	$2+\frac{2}{5}=\frac{12}{5}$	$1+\cfrac{1}{\frac{12}{5}}=1+\frac{5}{12}=\frac{17}{12}$	1,416
4) $1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\frac{1}{2}}}}$	$2+\cfrac{1}{\frac{12}{5}}$	$2+\frac{5}{12}=\frac{29}{12}$	$1+\cfrac{1}{\frac{29}{12}}=1+\frac{12}{29}=\frac{41}{29}$	1,4137
5) $1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\frac{1}{2}}}}}}$	$2+\cfrac{1}{\frac{29}{12}}$	$2+\frac{12}{29}=\frac{70}{29}$	$1+\cfrac{1}{\frac{70}{29}}=1+\frac{29}{70}=\frac{99}{70}$	$1,4\overline{142857}$

Questo metodo di rappresentazione si chiama Frazione continu
La frazione continua permettono di calcolare facilmente

il numero di posizioni decimali desiderate di un numero irrazionale.

Nel caso di $\sqrt{2}$ osserviamo che il risultato oscilla tra l'essere più grande l'essere più piccolo del giusto valore di $\sqrt{2}$. Ad ogni iterazione si avvicina al valore corretto.

Le Probabilità:

Tiro un dado. Qual'è la possibilità che esce 3?

Evento A = "esce 3"
Possibili risultati: {1,2,3,4,5,6}
Probabilità (A) = $\frac{1}{6} = 0,1\overline{6}$

Evento B = "esce un numero pari" ~~o primo~~
Risultati favorevoli: {2,4,6}
Probabilità (B) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$

Evento C = "esce un numero pari o primo"
Risultati favorevoli: {2,3,4,5,6}
Probabilità (C) = $\frac{5}{6} = 0,83$

Evento D = "esce: 1,2,3,4,5,6"
Probabilità (D) = $\frac{6}{6} = 1$
} Evento Certo

In un urna sono contenute 5 palline bianche e 7 palline rosse. Calcola la probabilità che:

Evento A: "pesco una pallina bianca"
Evento B: "pesco una pallina rossa.

$P(A) = \frac{5}{12} = 0,41\bar{6}$

$P(B) = \frac{7}{12} = 0,58\bar{3}$

Ho un mazzo di 52 carte. Tiro una carta.

Calcola le probabilità:

- Evento A: "esce un asso di picche"

Evento B: "esce un cuori"

Evento C: "esce un fante"

Evento D: "esce un numero pari"

$P(A) = \frac{1}{52}$

$P(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

$P(C) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} = 0,076923$

$P(D) = \frac{20}{52} = \frac{5}{13} = 0,\overline{384615}$

Ho un dado e 2 tiri a disposizione. Qual è la probabilità che faccio almeno un 6?

Evento A = "esce un 6 in 2 tiri"

P("6 al primo tiro") = $\frac{1}{6}$

P("6 al secondo tiro") = $1/6$

$P(A) = [P(6 \text{ al } 1^\circ) + P(6 \text{ al } 2^\circ)] = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,\bar{3}$

La probabilità del verificarsi di un evento si esprime con il rapporto tra il numero di risultati favorevoli ed il numero di risultati possibili. Si chiama spazio delle probabilità l'insieme dei risultati possibili. Per esempio, nel lancio di un dado lo spazio delle probabilità è S: {1,2,3,4,5,6}. Si parla di evento certo se esso coincide con lo spazio delle probabilità. Per esempio:

Evento A: "esce 1,2,3,4,5,6}

Si parla di evento impossibile se esso non si trova nello spazio delle probabilità. Esempio:

Evento B: "esce il numero 7"

I numeri romani

1=I 5=V 10=X 50=L 100=C 500=D 1000=M

Manca lo 0!

Regole:

I numeri romani si scrivono da sinistra a destra.

I numeri: I, X, C e M si possono ripetere massimo tre volte.

I numeri V, L e D si possono ~~ripetere massimo~~ scrivere solo una volta. (anche se nelle somme e moltiplicazioni bisogna poterli ripetere).

Se una cifra ~~che~~ precede un'altra di valore maggiore le andrà sottratta.

MMMDCCCLXXXVIII = 3888

Questo era il numero più grande che con le ~~sov~~ stanti regole e con i ~~gli~~ 7 ~~simboli~~ lettere si poteva scrivere, così per necessità inventarono nuovi simboli:

$\overline{X} = 10 \cdot 1000 = 10'000$ $\overline{L} = 50 \cdot 1000 = 50'000$

$|\overline{V}| = 5 \cdot 100'000 = 500'000$ $\overline{\overline{X}} = 10 \cdot 1'000'000 = 10'000'000$

La Somma:

CCCLXIX (369) + DCCCXLV (845)

CCCLXVIIII + DCCCXXXXV

Concateno:

CCCLXVIIIIDCCCXXXXV

Allineo:

DCCCCCCLXXXXXVVIIII

Sostituzione:

DCCCCCCLLXIIII

DCCCCCCCXIIII

DDCCXIIII

MCCXIIII

MCCXIV

1214

$$\begin{array}{r} 369+ \\ 845= \\ \hline 1214 \end{array}$$

Eventi Incompatibili:

1) Tiro un dado, qual è la probabilità che che venga un 2 oppure un numero dispari:

Evento A: "tiro un 2"

Evento B: "tiro un numero dispari"

$P(A \circ B) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

2) Un'urna contiene 4 palline bianche, 6 palline nere e 5 palline ~~bianche~~ rosse. Su

Qual'è la probabilità ~~che esca~~ di estrarre una pallina bianca o una rossa?

Evento ~~A~~ A: "estraggo ~~1~~ 1 pallina rossa"

Evento B: "estraggo 1 pallina bianca"

$P(A \text{ o } B) = \frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{9}{5} = \frac{3}{5}$

Eventi Indipendenti:

Tiro un dado 2 volte, qual'è la probabilità che esca ~~2~~ due volte un 6:

Evento A: "Tiro 1 volta 6"

Evento B: "Tiro una 2° volta 6"

$P(A) = \frac{1}{6}$

$P(B) = \frac{1}{6}$

$P(A \text{ e } B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Evento C: "Tiro una 3ª volta 6"

$P(C) = \frac{1}{6}$

$P(A \text{ e } B \text{ e } C) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$

Tiro 2 dadi, qual'è la possibilità che la somma dei due dadi sia 7=

Possibili combinazioni = 36

Evento A: "La somma dei dadi è 7"

combinazioni favorevoli: {

Dado1	Dado2
1	6
2	5
3	4
4	3
5	2
6	1

$P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

'Un'urna contiene 2 palline bianche e 10 palline nere e una seconda urna contiene 8 palline bianche e 4 nere. Si estrae una pallina da ciascuna urna: ~~de~~

A) Evento A: "Pallina bianca dalla 1ª urna"
Evento B: "Pallina bianca dalla seconda urna"

$P(A)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

$P(B)=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$

$P(A \text{ e } B)=\frac{1}{\cancel{6}_3}\cdot\frac{\cancel{2}^1}{3}=\frac{1}{9}$

B) Evento C: "estraggo una pallina ~~nera~~ bianca dalla 1ª urna"
Evento D: "estraggo una pallina nera dalla 2ª urna"

$P(C)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

$P(D)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

$P(C \text{ e } D)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{18}$

C) Evento E: "pesco una pallina nera dalla 1ª urna"

$P(E) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

$P(D) = \frac{1}{3}$

$P(E \text{ e } D) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{18}$

Definizione:

Due eventi A e B si dicono <u>incompatibili</u> ~~quan~~ quando il verificarsi dell'~~altro~~ uno impedisce l'accadere l'avvenire dell'~~altro~~, cioè quando i due eventi non possono verificarsi contemporaneamente.

La probabilità totale dei due eventi incompatibili è uguale alla somma delle probabilità di ciascun evento.

Definizione:

Due eventi, A e B, si dicono <u>indipendenti</u> se il verificarsi dell'uno non influisce sul calcolo delle probabilità del verificarsi dell'altro.

La probabilità composta di uno o più eventi indipendenti è data dal prodotto delle probabilità di ciascun evento.

La moltiplicazione per i Romani:

17 13
XVII · XIII

CXXX LVV XIII XIII
CLXXXXXVVVIIIIII
CLXXXXXVVVI
CLXXXXXXXI

CLLXXV
$\boxed{\text{CCXXI}}$
221

$17 \cdot 13 = 51 + 170 = 221$

22 · 19
XXII XVIIII

~~CCL~~
CLXXXX CLXXXX
XVIIII XVIIII

CCLL XXXX XXXX XXVVIIIIIIII
CCLLXXXXXXXXXXVVIII
CCLL XXXXXXXX XXXVIII
CC

CCLLLLXVIII
CCCCXVIII
$\boxed{\text{CDXVIII}}$
418

$22 \cdot 19 = 198 + 220 = 418$

16 · 14
XVI XIV

CXXXX LVV · XIIII
CLXXXXXVVVIIII
CLXXXXXXXIIII

CLLXXIIII
CCXXIIII
$\boxed{\text{CCXXIV}}$
224

$16 \cdot 14 = 64 + 160 = 224$

Eventi dipendenti:

Un'urna contiene 6 palline bianche e 8 nere. Si estraggono 2 palline senza rimettendo la prima nell'urna. Qual'è la possibilità che siano entrambe bianche:

Evento A: "estraggo una pallina bianca"

Evento B: "estraggo una 2ª pallina bianca"

$P(A) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$

$P(B) = \frac{5}{13}$

$P(A \text{ e } B)$: $\cancel{\frac{1}{13}} \cdot \cancel{\frac{1}{17}} \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{13} = \frac{15}{91}$

In un'urna ci sono 10 palline numerate da 1 a 10. Se la prima pallina estratta non viene rimessa dentro qual'è la probabilità di estrarre prima un 5 e poi un 6:

Evento A: "estraggo un 5"

Evento B: "estraggo un 6"

$P(A) = \frac{1}{10}$

$P(B) = \frac{1}{9}$

$P(A \text{ e } B) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{90}$

Qual'è la probabilità che pescando 2 carte da un mazzo di 52 carte si peschino 2 re?

Evento A: "pesco il 1° re"

Evento B: "pesco il 2° re"

$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

$P(B) = \frac{3}{51} = \frac{1}{17}$

$P(A \text{ e } B) = \frac{1}{13} \cdot \frac{1}{17} = \frac{1}{221}$

Una scatola contiene 12 pile di cui 4 scariche. 3 pile vengono estratte dalla scatola una dopo l'altra. Determina la probabilità che tutte e 3 le pile siano cariche:

Evento A: "estraggo la 1ª pila carica"

Evento B: "estraggo la 2ª pila carica"

Evento C: "estraggo la 3ª pila carica"

$P(A)=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$

$P(B)=\frac{7}{11}$

$P(C)=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$P(A \text{ e } B \text{ e } C)=\frac{2}{\cancel{3}_1}\cdot\frac{7}{11}\cdot\frac{\cancel{3}^1}{5}=\frac{14}{55}$

Un'aula contiene 7 ragazzi e 3 ragazze. Vengono scelti a caso 3 studenti. Qual è la probabilità che i primi due siano ragazzi e la terza una ragazza:

Evento A: "viene scelto il 1° ragazzo"

Evento B: "viene scelto il 2° ragazzo"

Evento C: "viene scelta una ragazza"

$P(A)=\frac{7}{10}$

$P(B)=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

$P(C)=\frac{3}{8}$

$P(A e B e C)=\frac{7}{10}\cdot\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{5}_{1}}\cdot\frac{3^{1}}{8_{4}}=\frac{7}{40}$

Ad un uomo vengono distribuite 5 carte, una dopo l'altra, da un mazzo di 52 carte. Qual è la probabilità che siano tutte cuori:

Evento A: "~~estraggo~~ pesca 1° cuori"

Evento B: "pesca 2° cuori"

Evento C: "pesco 3° cuori"

Evento D: "pesca 4° cuori"

Evento E: "pesca il 5° cuori"

$P(A)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$

$P(B)=\frac{12}{51}$

$P(C)=\frac{11}{50}$

$P(D)=\frac{10}{49}$

$P(E)=\frac{9}{48}=\frac{3}{16}$

$P(A e B e C e D e E)=\frac{1}{\cancel{4}_{1}}\cdot\frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{51}_{17}}\cdot\frac{11}{\cancel{50}_{5}}\cdot\frac{\cancel{10}^{1}}{49}\cdot\frac{\cancel{3}^{1}}{16}=\frac{33}{66.640}$

Definizione:

Due eventi, si A e B, si dicono <u>dipendenti</u> se il verificarsi dell'uno influisce sul calcolo della probabilità dell'altro.

La probabilità che accadano due eventi dipendenti A e B è data dal prodotto della probabilità ~~del~~ di un evento per la <u>probabilità condizionata</u> dell'altro.

√ M. [illegible]
Completo, colorato e ordinato.