

Louis Armstrong

What a Wonderful World

I see trees of green,
red roses too

I see them bloom for me
and you And I think to
myself what a wonderful world.

I see skies of blue and clouds of white
The bright blessed day, the dark sacred
night And I think to myself what
a wonderful world.

The colors of the rainbow so pretty
in the sky. Are also on the faces of
people going by

I see friends shaking hands
saying how do you do

But they're really saying
I love you.

I hear baby's cry, and I
watched them grow They'll
learn much more than I'll
ever know

And I think to myself what a
wonderfull world.

Yes, I think to myself what
a wonderful world.

Le Potenze

1. Rappresenta 128 come prodotto di due numeri: $128 = 128 \cdot 1$; $64 \cdot 2$; $32 \cdot 4$; $16 \cdot 8$.
 Ora rappresenta tutti i fattori come potenza di due: $2^7 = 2^7 \cdot 2^0$; $2^6 \cdot 2^1$; $2^5 \cdot 2^2$; $2^4 \cdot 2^3$;

2. Rappresenta il numero 4 come divisione di due numeri che siano potenza di 2: $\frac{16}{4}$; $\frac{8}{2}$; $\frac{4}{1}$; $\frac{32}{8}$; $\frac{64}{16}$; $\frac{128}{32}$; $\frac{256}{64}$;
 Ora rappresenta tutti i fattori come potenza di 2: $\frac{2^4}{2^2}$; $\frac{2^3}{2^1}$;
 $\frac{2^2}{2^0}$; $\frac{2^5}{2^3}$; $\frac{2^6}{2^4}$; $\frac{2^7}{2^5}$; $\frac{2^8}{2^6}$;

3. Fattorizza $36 \begin{array}{l} 2 \\ 18 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$

Rappresenta 36 come moltiplicazione di due numeri:
 $36 = 18 \cdot 2$; $9 \cdot 4$; $3 \cdot 12$; $1 \cdot 36$; $6 \cdot 6$.

Rappresenta se possibile, come potenza i numeri trovati: $6^2 = 3^2 \cdot 2^2$

*Ripetiamo la procedura 1 con 625:

1 $625 = 625 \cdot 1$; $25 \cdot 25$;

$5^4 = 5^3 \cdot 5^1$; $5^2 \cdot 5^2$;

3 $100 = 100 \cdot 1$, $50 \cdot 2$, $25 \cdot 4$.

$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$10^2 = 5^2 \cdot 2^2$

2 Rappresenta il numero 3 come divisione di due numeri che siano potenza di 3:

$\frac{9}{3}$; $\frac{3}{1}$; $\frac{27}{9}$; $\frac{81}{27}$; $\frac{243}{81}$; $\frac{729}{243}$;

FATTORI COME POTENZA di tre:

$\frac{3^2}{3^1}$; $\frac{3^1}{3^0}$; $\frac{3^3}{3^2}$; $\frac{3^4}{3^3}$; $\frac{3^5}{3^4}$; $\frac{3^6}{3^5}$;

Regole delle Potenze:

Da 1. possiamo la prima legge delle potenze.

$2^7 = 2^5 \cdot 2^2 = 2^4 \cdot 2^3 = 2^6 \cdot 2^1$

Si osservino gli esponenti:

$7 = 5+2 = 4+3 = 6+1$

IN GENERALE:

$a^x \cdot a^m = a^{x+m}$

esempio:

$17^{16} \cdot 17^2 = 17^{16+2} = 17^{18}$

Potenze con base uguale "a" possono essere moltiplicate sommando gli esponenti.

* Da 2. possiamo derivare la seconda legge delle potenze.

$$2^2 = \frac{2^3}{2^1} = \frac{2^4}{2^2} = \frac{2^5}{2^3} = \frac{2^6}{2^4}$$

Si osserviamo gli esponenti:

$$2 = 3-1 = 4-2 = 5-3 = 6-4$$

IN GENERALE:

$$\boxed{\frac{a^x}{a^n} = a^{x-n}} \quad \text{esempio: } \frac{10^{30}}{10^{28}} = 10^{30-28} = 10^2 = 100$$

Potenze con base "a" possono essere divisi facendo la sottrazione degli esponenti.

* Da 3. possiamo derivare la terza legge delle potenze.

$$6^2 = 2^2 \cdot 3^2$$

Si nota che:

$$2 \cdot 3 = 6$$

IN GENERALE:

$$\boxed{a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x} \quad \text{esempio: } 8^2 \cdot 10^2 = (8 \cdot 10)^2$$

uguale con base
Potenze con base diverse ed esponenti "n" uguale possono essere moltiplicate elevando a "n" il prodotto delle basi.

4. → Fai il seguente calcolo:

$$\frac{16}{4} = 4$$

→ Rappresenta ora come potenza:

$$\frac{4^2}{4^1} = 4^1 \quad \text{oppure} \quad \frac{4^2}{4^1} = 2^2$$

→ Fai il seguente calcolo:

$$\frac{36}{9} = 4$$

→ Rappresento ora come potenza:

$$\frac{6^2}{3^2} = 2^2$$

5. Rappresenta tutte le diverse potenze di 64:

$$64 = 8^2; 64^1; 4^3; 2^6$$

$$64 = (2^3)^2; (2^2)^3; 2^6$$

→ Ripetiamo il processo con 81:

$$81 = 9^2; 3^4; 81^1$$

$$81 = (3^2)^2; 3^4; 81^1$$

* Ripeti procedimento 4.

$$a) \frac{81}{9} = 9, \quad \frac{9^2}{3^2} = 3^2$$

$$b) \frac{225}{25} = 9, \quad \frac{15^2}{5^2} = 3^2$$

$$c) \frac{144}{16} = 9, \quad \frac{12^2}{4^2} = 3^2$$

* Ripeti il procedimento 5.

$$a) 256 = 256^1; 16^2; 2^8; 4^4; (2^2)^4 = (4^2)^4 = [(2^2)^2]^2$$

$$b) 4096 = 4096^1; 64^2; 16^3; 8^4; 4^6; (2^6)^2; (2^4)^3; (2^3)^4; (2^2)^6$$

Regole delle potenze due:

* Da 4. possiamo derivare la quarta legge delle potenze.

$$\frac{6^2}{3^2} = 2^2$$

Si nota che:

$$\frac{6}{3} = 2$$

IN GENERALE:

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

→ Potenze con base diverse ed esponente "m" uguale possono essere moltiplicate elevandole a "m" il quoziente delle basi.

* Da 5. possiamo derivare la quinta legge delle potenze.

$$64 = 4^3 = (2^2)^3 = 2^6$$

Si nota che:

$$2 \cdot 3 = 6$$

IN GENERALE:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

potenze con base "a" ed esponente "m", se elevate a "n", diventano ^{potente} con base "a" con esponente "m · n".

Casi particolari:

* Cosa significa fare a^1 ?

Utilizziamo la 2. legge:

$$a^1 = a^{3-2} = \frac{a^3}{a^2} = \frac{a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} = a$$

$$a^1 = a$$

esempio:

$$5^1 = 5$$

* Cosa significa fare a^0 ?

Utilizziamo la 2. legge:

$$a^0 = a^{3-3} = \frac{a^3}{a^3} = \frac{a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a} = 1$$

$$a^0 = 1$$

esempio:

$$5^0 = 1$$

* Cosa significa fare a^{-1} ?

$$a^{-1} = a^{3-4} = \frac{a^3}{a^4} = \frac{a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{1}{a}$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

esempio:

$$5^{-1} = \frac{1}{5}$$

* Cosa significa fare 5^{-2} ?

$$5^{-2} = 5^{1-3} = \frac{5^1}{5^3} = \frac{5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5 \cdot 5} = \frac{1}{5^2}$$

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2}$$

Esercizi di applicazione sulle 5 regole

- 1) $5^{15} \cdot 5^{17} = 5^{15+17} = 5^{32} \checkmark$
- 2) $\frac{17^{95}}{17^{83}} = 17^{95-83} = 17^{12} \checkmark$
- 3) $14^{11} \cdot 5^{11} = (14 \cdot 5)^{11} = 70^{11} \checkmark$ $\frac{3 \cdot 14 \cdot 5}{70}$
- 4) $\frac{24^{12}}{8^{12}} = \left(\frac{24}{8}\right)^{12} = 3^{12} \checkmark$ $24:8=3$
- 5) $(16^2)^4 = 16^{2 \cdot 4} = 16^8 \checkmark$
- 6) $32^1 = 32^{3-2} = \frac{32^3}{32^2} = \frac{a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} = a = 32 \checkmark$
- 7) $42^0 = 42^{4-4} = \frac{42^4}{42^4} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a} = 1 \checkmark$
- 8) $20^{-2} = 20^{4-6} = \frac{20^4}{20^6} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{1}{20^2} \checkmark$
- 9) $2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3} = 2^7 \checkmark$
- 10) $\frac{21^6}{3^6} = \left(\frac{21}{3}\right)^6 = 7^6 \checkmark$ $21:3=7$
- 11) $\frac{5^{20}}{5^{19}} = 5^{20-19} = 5^1 \checkmark = 5$
- 12) $72^0 = 72^{1-1} = \frac{72^1}{72^1} = \frac{a}{a} = 1 \checkmark$

$$13) 7^4 \cdot 7^3 = 7^{4+3} = 7^7 \checkmark$$

$$14) 10^{-3} = 10^{3-6} = \frac{10^3}{10^6} = \frac{1}{10^3} \checkmark$$

$$15) 122^1 = 122^{3-2} = \frac{122^3}{122^2} = \frac{a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} = a = 122 \checkmark$$

$$16) (3^3)^4 = 3^{3 \cdot 4} = 3^{12} \checkmark$$

Binomio:

ripasso

$$(a+1)^2 = (a+1) \cdot (a+1) \begin{cases} = a^2 + a + a + 1 \\ = a^2 + 2a + 1 \end{cases}$$

$$(a-1)^2 = (a-1) \cdot (a-1) \begin{cases} = a^2 - a - a + 1 \\ = a^2 - 2a + 1 \end{cases}$$

$$(a+1) \cdot (a-1) = a^2 - \cancel{a} + \cancel{a} - 1 = a^2 - 1$$

$$\oplus \oplus = \boxed{\oplus}$$

$$\ominus \ominus = \boxed{\oplus}$$

$$\oplus \ominus = \boxed{\ominus}$$

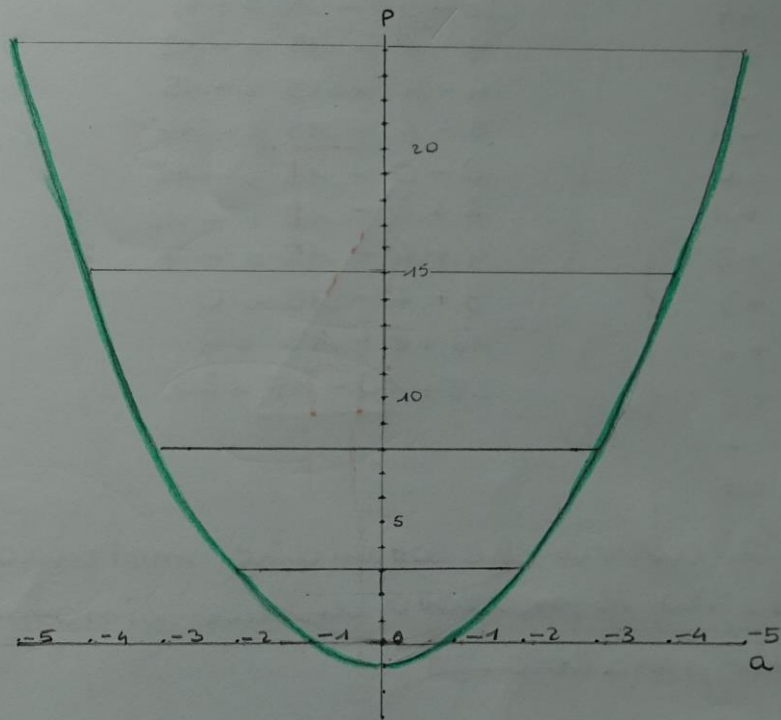
$$\ominus \oplus = \boxed{\ominus}$$

La Parabola

Calcoliamo il seguente prodotto binomiale per diversi valori di a :

$$(a+1) \cdot (a-1) = a^2 - 1 = p$$

a	p
-5	$(-5)^2 - 1 = 24$
-4	$(-4)^2 - 1 = 15$
-3	$(-3)^2 - 1 = 8$
-2	$(-2)^2 - 1 = 3$
-1	$(-1)^2 - 1 = 0$
0	$(0)^2 - 1 = -1$
+1	$(+1)^2 - 1 = 0$
+2	$(+2)^2 - 1 = 3$
+3	$(+3)^2 - 1 = 8$
+4	$(+4)^2 - 1 = 15$
+5	$(+5)^2 - 1 = 24$



$$(a+5) \cdot (a-3) = a^2 + 2a - 15$$

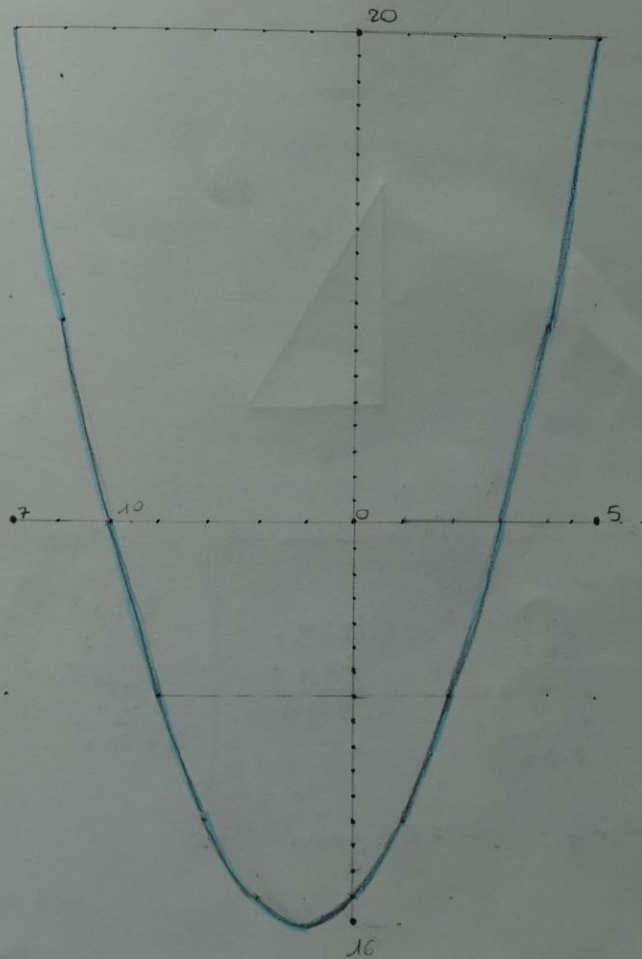
a

- 7
- 6
- 5
- 4
- 3
- 2
- 1
- 0
- +1
- +2
- +3
- +4
- +5

P

- 49 - 14 - 15 = 20
- 36 - 12 - 15 = 9
- 25 - 10 - 15 = 0
- 16 - 8 - 15 = -7
- 9 - 6 - 15 = -12
- 4 - 4 - 15 = -15
- 1 - 2 - 15 = -16
- 0 - 0 - 15 = -15
- 1 + 2 - 15 = -12
- 4 + 4 - 15 = -7
- 9 + 6 - 15 = 0
- 16 + 8 - 15 = 9
- 25 + 10 - 15 = 20

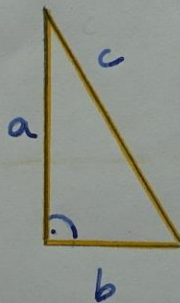
> La curva che otteniamo mettendo nel grafico il prodotto di due binomi è una parabola.



La Radice Quadrata

Disegniamo un triangolo rettangolare con cateti $a = 45 \text{ mm}$, $b = 28 \text{ mm}$; Quanto vale l'ipotenusa?

$$\begin{aligned} a &= 45 \text{ mm} \\ b &= 28 \text{ mm} \\ c &\approx 52 \text{ mm} \end{aligned}$$



Sappiamo da Pitagora che dev'essere

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\begin{array}{r} 45 \cdot \\ 45 = \\ \hline 225 \\ 180 - \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \cdot \\ 28 = \\ \hline 224 \\ 56 - \\ \hline 784 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 + \\ 784 = \\ \hline 2809 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \cdot \\ 52 = \\ \hline 104 \\ 260 - \\ \hline 2704 \end{array}$$

$$53^2 = 2809$$

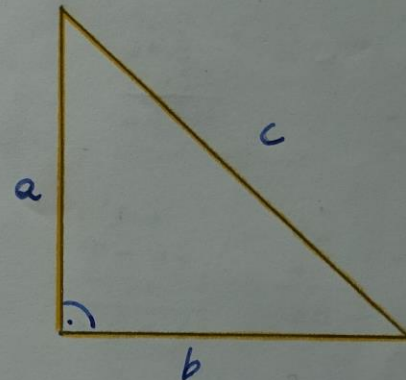
$$c = 53 \text{ mm}$$

Ripetiamo con $a = 65 \text{ mm}$, $b = 72 \text{ mm}$

$$a = 65 \text{ mm}$$

$$b = 72 \text{ mm}$$

$$c \approx 96 \text{ mm}$$



$$\begin{array}{r} 65 \cdot \\ 65 = \\ \hline 325 \\ 390 - \\ \hline 4225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \cdot \\ 72 = \\ \hline 144 \\ 504 - \\ \hline 5184 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4225 + \\ 5184 = \\ \hline 9409 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 97 \cdot \\ 97 = \\ \hline 679 \\ 873 - \\ \hline 9409 \end{array}$$

Metodo rapido per calcolare il quadrato di un numero

$$\begin{array}{r} 56^2 \\ 2536 \\ 60- \\ \hline 3136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34^2 \\ 916 \\ 24- \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42^2 \\ 1604 \\ 16- \\ \hline 1764 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77^2 \\ 4949 \\ 88- \\ \hline 5929 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 2 \\ \hline 98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61^2 \\ 3601 \\ 12- \\ \hline 3721 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 97^2 \\ 8149 \\ 126- \\ \hline 9409 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ 2 \\ \hline 126 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 73^2 \\ 4909 \\ 42 \\ \hline 5329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 2 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 82^2 \\ 6404 \\ 32 \\ \hline 6724 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 94^2 \\ 8116 \\ 72 \\ \hline 8836 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 2 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29^2 \\ 481 \\ 34 \\ \hline 841 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53^2 \\ 2509 \\ 30 \\ \hline 2809 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33^2 \\ 909 \\ 18 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47^2 \\ 1649 \\ 56 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 2 \\ \hline 56 \end{array}$$

1. Moltiplichiamo il primo ^{al quadrato} numero e scriviamo il risultato sotto

esempio: $\begin{array}{r} 5 \\ 25 \end{array}$

2. Moltiplichiamo il secondo numero al quadrato e scriviamo il risultato accanto a quello venuto nel punto "1."

esempio: $\begin{array}{r} 56^2 \\ 2536 \end{array}$

3. Moltiplichiamo ^{il risultato del} il primo e il secondo numero "2" e lo scriviamo sotto lasciando libera l'ultima posizione.

$$\begin{array}{r} 5 \cdot 6 \cdot 2 = 60 \\ \sqrt{56^2} \\ 2536 \\ 60- \end{array}$$

4. Sommiamo il risultato di 1., 2., 3.

$$\begin{array}{r} 56^2 \\ 2536 \\ 60- \\ \hline 3136 \end{array}$$

N.B. Se il valore delle unità è inferiore o uguale a "3" nel punto "2." aggiungo uno zero davanti.

esempio:

$$\begin{array}{r} 42^2 \\ 1604 \\ \underline{16} \\ 1764 \end{array}$$

Osserviamo i quadrati da 1^2 fino a 20^2 .

$1^2 = 1$	$13^2 = 169$
$2^2 = 4$	$14^2 = 196$
$3^2 = 9$	$15^2 = 225$
$4^2 = 16$	$16^2 = 256$
$5^2 = 25$	$17^2 = 289$
$6^2 = 36$	$18^2 = 324$
$7^2 = 49$	$19^2 = 361$
$8^2 = 64$	$20^2 = 400$
$9^2 = 81$	
$10^2 = 100$	
$11^2 = 121$	
$12^2 = 144$	

Troviamo le seguenti relazioni:

CIFRA FINALE
DELLA BASE

CIFRA FINALE
DEL QUADRATO

<u>0</u>	<u>0</u>
<u>1 & 9</u>	<u>1</u>
<u>2 & 8</u>	<u>4</u>
<u>3 & 7</u>	<u>9</u>
<u>4 & 6</u>	<u>6</u>
<u>5</u>	<u>5</u>

Vale per tutti i triangoli che, dati i due cateti "a" e "b", si ottiene "c" come valore intero?

Proviamo con $a=17$, $b=12$, $c^2=193$ cm
193 non è un quadrato perfetto perché nessuno dei numeri al quadrato termina con 3.

"c" sarà tra 13^2 e 14^2 .

Una triade di numeri a, b, c , tali per cui $a^2 + b^2 = c^2$ si chiama terna pitagorica esistono infinite terne come questa.

È stato scoperto un modo per trovarne altre. Partiamo da due cifre "u" e "v".

Possiamo calcolare a, b, c , con le seguenti formule:

$$\begin{aligned} a &= u^2 - v^2 \\ b &= 2 \cdot u \cdot v \\ c &= u^2 + v^2 \end{aligned}$$

Esempio: * $u = 7$ $v = 2$

$$a = 45$$

$$b = 28$$

$$c = 53$$

* $u = 9$ $v = 4$

$$a = 65$$

$$b = 72$$

$$c = 97$$

* $u = 9$ $v = 5$

$$a = 56$$

$$b = 90$$

$$c = 106$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\begin{array}{r} 56 \cdot \\ 56 = \\ \hline 336 \\ 280 - \\ \hline 3136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 \cdot \\ 90 = \\ \hline 00 \\ 810 - \\ \hline 8100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \cdot 100 + \\ 3 \cdot 136 = \\ \hline 11236 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 106 \cdot \\ 106 = \\ \hline 636 \\ 000 - \\ 106 - - \\ \hline 11236 \end{array}$$

C.D.D

* $U=2$

$v=1$

$a=3$

$b=4$

$c=5$

$$\begin{array}{r} 3 \cdot \\ 3 = \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \cdot \\ 4 = \\ \hline 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \cdot \\ 5 = \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \diagdown \quad \diagup \\ \frac{16+9}{25} \end{array} \rightarrow c^2 = 25$$

* $U=3$

$v=2$

$a=5$

$b=12$

$c=13$

$$\begin{array}{r} 5 \cdot \\ 5 = \\ \hline 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \cdot \\ 12 = \\ \hline 144 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \cdot \\ 13 = \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \diagdown \quad \diagup \\ \frac{144+25}{169} \end{array} \rightarrow c^2 = 169$$

Compito a casa:

* $U=6$ $v=4$

$a=20$

$b=48$

$c=52$

$$\begin{array}{r} 2304+ \\ 400= \\ \hline 2704 \end{array}$$

C.D.D

$$\begin{array}{r} 20 \cdot \\ 20 = \\ \hline 400 \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \cdot \\ 48 = \\ \hline 2304 \end{array} \quad \begin{array}{r} 52 \cdot \\ 52 = \\ \hline 2704 \end{array}$$

Possiamo verificare in modo generalizzato che scegliendo "u" e "v" a piacere ^{otteniamo sempre} a, b, c, che rispettano la regola che $a^2 + b^2 = c^2$?

SVILUPPIAMO:

$a^2 = (u^2 - v^2)^2$

$b^2 = (2 \cdot u \cdot v)^2$

$c^2 = (u^2 + v^2)^2$

CALCOLIAMO

$$(u^2 - v^2)^2 = (u^2 - v^2) \cdot (u^2 - v^2) = u^4 - u^2 \cdot v^2 - u^2 \cdot v^2 + v^4 = u^4 - 2u^2 \cdot v^2 + v^4$$



$$(2 \cdot u \cdot v)^2 = (2 \cdot u \cdot v) \cdot (2 \cdot u \cdot v) = 4 \cdot u^2 \cdot v^2$$

$$(u^2 + v^2)^2 = (u^2 + v^2) \cdot (u^2 + v^2) = u^4 + u^2 \cdot v^2 + v^2 \cdot u^2 + v^4$$

$$= u^4 + 2u^2 \cdot v^2 + v^4$$

$$u^4 - 2u^2 \cdot v^2 + v^4 + 4 \cdot u^2 \cdot v^2 = u^4 + 2u^2 \cdot v^2 + v^4$$

C.D.D

Metodo algebrico per il calcolo della radice

Torniamo al 1° esempio:

$$*a = 45 \text{ mm}$$

$$b = 28 \text{ mm}$$

$$\text{Per } c^2 = 2809 \text{ mm}^2$$

Qual'è la Radice di 2809?

$$\sqrt{2809} = ?$$

Scriviamo i quadrati da 1 a 9, e da 10 a 90.

TABELLA

$$1^2 = 1$$

$$2^2 = 4$$

$$3^2 = 9$$

$$4^2 = 16$$

$$5^2 = 25$$

$$6^2 = 36$$

$$7^2 = 49$$

$$8^2 = 64$$

$$9^2 = 81$$

$$10^2 = 100$$

$$20^2 = 400$$

$$30^2 = 900$$

$$40^2 = 1600$$

$$50^2 = 2500$$

$$60^2 = 3600$$

$$70^2 = 4900$$

$$80^2 = 6400$$

$$90^2 = 8100$$

$\sqrt{2809}$ sarà tra 50 e 60.

$$* \sqrt{2809} = 50 + e$$

(con $e = 1 \dots 9$)

$$\sqrt{2809} = 50 + e \quad | \quad ()^2$$

$$(\sqrt{2809})^2 = (50 + e)^2$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$(\sqrt{16})^2 = 4^2$$

$$16 = 16$$

$$2809 = (50 + e) \cdot (50 + e) = 2500 + 50e + 50e + e^2$$

$$= 2500 + 100e + e^2$$

$$2809 = 2500 + 100e + e^2 \quad | \quad -2500$$

$$2809 - 2500 = 2809 - 2500 = 309 = 100e + e^2$$

$$309 = 100e + e^2$$

$$e = 3$$

Prova:

$$309 \stackrel{?}{=} 100 \cdot 3 + 3^2$$

$$309 = 309$$

C.D.D.

* $a = 65$

$$b = 72$$

Per $c^2 = 9 \cdot 409 \text{ mm}^2$

Qual'è la radice di $9 \cdot 409$?

$$\sqrt{9409} = ?$$

$\sqrt{9409}$ sarà tra 90 e 100.

* $\sqrt{9409} = 90 + e \quad | \quad ()^2$

$$(\sqrt{9409})^2 = (90 + e)^2$$

$$9409 = (90 + e) \cdot (90 + e) = 8100 + 90e + 90e + e^2 \\ = 8100 + 180e + e^2$$

$$9409 = 8100 + 180e + e^2 \quad | - 8100$$

$$9409 - 8100 = 8100 + 180e + e^2 - 8100$$

$$1309 = 180e + e^2$$

$$e = 7 \quad 1309 : 180 = 7$$

Prova:

$$1309 \stackrel{?}{=} 180 \cdot 7 + 7^2$$

C.D.D.

$$\begin{array}{r} 180 \cdot \\ 7 = \\ \hline 1260 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1260 + \\ 49 = \\ \hline 1309 \end{array}$$

compito a casa

a) $\sqrt{3364}$ b) $\sqrt{4096}$ c) $\sqrt{4489}$

* $\sqrt{3364}$ il quadrato sarà tra 50 e 60.

$$\sqrt{3364} = 50 + e \quad | \quad ()^2$$

$$(\sqrt{3364})^2 = (50 + e)^2$$

$$3364 = (50 + e) \cdot (50 + e) = 2500 + 50e + 50e + e^2 \\ = 2500 + 100e + e^2$$

$$3364 = 2500 + 100e + e^2 \quad | - 2500$$

$$3364 - 2500 = 2500 + 100e + e^2 - 2500$$

$$864 = 100e + e^2$$

$e = 8$ Prova
 $864 = 100 \cdot 8 + 8^2 = 864$

* $\sqrt{4096}$ il quadrato sarà tra 60 e 70

$$\sqrt{4096} = 60 + e \quad | ()^2$$
$$(\sqrt{4096})^2 = (60 + e)^2$$

$$4096 = (60 + e) \cdot (60 + e) = 3600 + 60e + 60e + e^2$$
$$= 3600 + 120e + e^2$$

$$4096 = 3600 + 120e + e^2 \quad | -3600$$

$$4096 - 3600 = + \cancel{3600} + 120e + e^2 - \cancel{3600}$$

$$496 = 120e + e^2$$

$$e = 4$$

prova

$$496 = 120 \cdot 4 + 4^2 = 496$$

* $\sqrt{4489}$ il quadrato sarà tra 60 e 70

$$\sqrt{4489} = 60 + e \quad | ()^2$$

$$(\sqrt{4489})^2 = (60 + e)^2$$

$$4489 = (60 + e) \cdot (60 + e) = 3600 + 60e + 60e + e^2$$
$$= 3600 + 120e + e^2$$

$$4489 = 3600 + 120e + e^2 \quad | -3600$$

$$4489 - 3600 = \cancel{3600} + 120e + e^2 - \cancel{3600}$$

$$889 = 120e + e^2$$

$$e = 7 \quad \overset{\text{prova}}{889 = 120 \cdot 7 + 7^2}$$

* $\sqrt{6889}$ tra 80 e 90.

$$\sqrt{6889} = 80 + e \quad | ()^2$$

$$6889 = 80 + e$$

$$6889 = (80 + e) \cdot (80 + e)$$

$$6889 = 6400 + 160e + e^2 \quad | -6400$$

$$6889 - 6400 = \cancel{6400} - \cancel{6400} + 160e + e^2$$

$$489 = 160e + e^2$$

$$e = 3$$

$$\downarrow$$
$$80 + 3$$

$$83^2$$

$$409$$

$$18$$

$$6889$$

c.d.p

160 quante volte sta nel 489?
circa 3 volte / $e = 3$

Algoritmo

Le istruzioni per svolgere questi calcoli:

1. Individuo la decina della radice del numero nella tabella.
2. Attribuisco alle unità il nome di "e".
3. Eleviamo tutto al quadrato.
4. Risolvo l'equazione in modo d'avere tutti i termini con "e" dalla stessa parte del "=".
5. Stimo il valore di "e".
6. Faccio la verifica (prova).

Metodo rapido per estrarre la radice:

$$\sqrt{1681} = 41$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 0 \\ \hline 81 : 81 \\ \hline 81 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice perfetta

$$\sqrt{484} = 22$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 084 : 42 \\ \hline 84 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice perfetta

$$\sqrt{576} = 24$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 176 : 44 \\ \hline 176 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice perfetta

$$\sqrt{784} = 28$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 384 : 48 \\ \hline 384 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice perfetta

$$\sqrt{1764} = 42$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \hline 164 : 82 \\ \hline 164 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice perfetta

$$\sqrt{5625} = 75$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \hline 725 : 145 \\ \hline 725 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice perfetta

$$\sqrt{2209} = 47$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \hline 609 : 87 \\ \hline 609 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice perfetta

$$\sqrt{2704} = 52$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \hline 204 : 102 \\ \hline 204 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice perfetta

$$\sqrt{70225} = 265$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 302 : 46 \\ \hline 276 \\ \hline 02625 : 525 \\ \hline 2625 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice
perfetta

$$\sqrt{7396} = 86$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 996 : 166 \\ \hline 996 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice perfetta

$$\sqrt{3136} = 56$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \hline 636 : 106 \\ \hline 636 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice
perfetta

$$\sqrt{9025} = 95$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \hline 925 : 185 \\ \hline 925 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice
perfetta

$$\sqrt{94249} = 307$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 042 : 60 \\ \hline 00 \\ \hline 4249 : 607 \\ \hline 4249 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice
perfetta

$$\sqrt{1936} = 44$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \hline 336 : 84 \\ \hline 336 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice
perfetta

$$\sqrt{132496} = 364$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 424 : 66 \\ \hline 396 \\ \hline 2896 : 724 \\ \hline 2896 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice
perfetta

$$\sqrt{188556} = 434$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \hline 283 : 83 \\ \hline 249 \\ \hline 3456 : 864 \\ \hline 3456 \\ \hline 0 \end{array}$$

radice
perfetta

$$\sqrt{6889} = 80 + e$$

$$6889 = 6400 + 80e + 80e + e^2$$

$$6889 - 6400 = 160e + e^2$$

$$489 = 160e + e^2$$

$$(489 : 160 \approx 3)$$

$$e = 3$$

$$489 \stackrel{?}{=} 160 \cdot 3 + 3^2$$

$$489 = 480 + 9$$

$$\sqrt{6889} = 83$$

$$\begin{array}{r} 6889 \\ 6400 \\ \hline 489 \end{array}$$

$$489 : 16_3 = 8-2$$

$$\begin{array}{r} 489 \\ 480 \\ \hline 9 \end{array}$$

Il metodo rapido si basa sul metodo algebrico!

ALGORITMO: per estrarre la radice

1. dividere in gruppi di due il radicande a partire dal fondo.
2. Trovare il numero al quadrato inferiore al primo gruppo. Scrivere nel risultato.
3. Sotto il primo gruppo scrivere il numero trovato elevato al quadrato.
4. Fare la sottrazione.
5. Abbassare il prossimo gruppo di due cifre.
6. Separare l'ultima cifra con un punto.

7. dividere il primo gruppo per il doppio del risultato (scritto accanto)
8. Scrivere il divisore nel risultato e in piccolo accanto al numero trovato al punto "7".
9. Moltiplico il divisore per l'intero numero trovato ai punti "7 e 8".
10. Fare la sottrazione.
11. Se necessario ripetere dal punto "5".

Radici con la virgola

$$\sqrt{53,8756} = 7,34$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \hline 407 : 143 \\ 429 \\ \hline 5856 : 146 \\ 5856 \\ \hline 0 \text{ radice perfetta} \end{array}$$

$$\sqrt{13,69} = 3,7$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 469 : 67 \\ 469 \\ \hline 0 \text{ radice perfetta} \end{array}$$

$$\sqrt{0,1156} = 0,34$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 2560 : 64 \\ 2560 \\ \hline 0 \text{ radice perfetta} \end{array}$$

$$\sqrt{70225} = 8,38003$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 622 : 163 \\ 489 \\ \hline 13350 : 1668 \\ 13344 \\ \hline 600 : 1676 \\ 60000 : 16760 \\ \hline 6000000 : 167600 \\ 5028009 \\ \hline 971991 \\ \text{ecc...} \end{array}$$

Le regole delle radici

Calcola:

1. $9 \cdot 25 = 225$

Fai la radice di 225:

$$\begin{array}{r} \sqrt{225} = 15 \\ \underline{1} \\ 125 : 25 \\ \underline{125} \\ 0 \end{array}$$

Calcola:

$$\sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 5 = 15$$

esempi:

$$\sqrt{16} \cdot \sqrt{36} = 4 \cdot 6 = 24$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{16} = 2 \cdot 4 = 8$$

$$\sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20$$

$$\sqrt{16 \cdot 36} = \sqrt{576} = 24$$

$\frac{4}{176 : 2}$

$$\sqrt{4 \cdot 16} = 64 = 8$$

$$\sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{400} = 20$$

Calcola

2. $\sqrt{\frac{16}{4}} = \sqrt{4} = 2$

Calcola:

$$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}} = \frac{4}{2} = 2$$

esempio:

$$\sqrt{\frac{256}{64}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\frac{\sqrt{256}}{\sqrt{64}} = \frac{16}{8} = 2$$

$$\sqrt{\frac{81}{9}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{9}} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\sqrt{\frac{625}{25}} = \sqrt{25} = 5$$

$$\frac{\sqrt{625}}{\sqrt{25}} = \frac{25}{5} = 5$$

$$\sqrt{\frac{1296}{36}} = \sqrt{36} = 6$$

$$\frac{\sqrt{1296}}{\sqrt{36}} = \frac{36}{6} = 6$$

$$\sqrt{\frac{8025}{81}} = 95$$

$$\begin{array}{r} 925 : 18_5 \\ \underline{925} \end{array}$$

○ radice perfetta ✓

$$\sqrt{\frac{5625}{49}} = 75$$

$$\begin{array}{r} 725 : 14_5 \\ \underline{725} \end{array}$$

○ radice perfetta ✓

$$\sqrt{\frac{7396}{64}} = 86$$

$$\begin{array}{r} 996 : 16_6 \\ \underline{996} \end{array}$$

○ radice perfetta ✓

$$\sqrt{\frac{76176}{4}} = 276$$

$$\begin{array}{r} 367 : 4 \\ \underline{329} \\ 3276 : 54_6 \\ \underline{3276} \end{array}$$

○ radice perfetta ✓

$$\sqrt{\frac{94249}{9}} = 307$$

$$\begin{array}{r} 042 : 6_0 \\ \underline{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4249 : 60_7 \\ \underline{4249} \end{array}$$

○ radice perfetta ✓

$$\sqrt{388129} = 623$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \underline{281} : 12_2 \\ 244 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3729 : 124_3 \\ \underline{3729} \end{array}$$

○ radice perfetta ✓

• Da 1 possiamo derivare la seguente legge delle radici:

$$\sqrt{9 \cdot 25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{25}$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Il prodotto di due numeri sotto radice è uguale al prodotto delle radici dei due numeri. = moltiplicazione

• Da 2 possiamo derivare la seguente legge delle radici:

$$\sqrt{\frac{16}{4}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Perché è utile?

esempi →

$$\cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = 36 = 6$$

$$\cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{27 \cdot 3} = 81 = 9$$

$$\cdot \sqrt{75} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{75 \cdot 3} = 225 = 15$$

$$\cdot \frac{\sqrt{288}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{288}{2}} = \sqrt{144} = 12$$

$$\cdot \frac{\sqrt{192}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{192}{3}} = \sqrt{64} = 8$$

$$\cdot \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{125}{5}} = \sqrt{25} = 5$$

Applicazione di Equazioni

problema: 1

Trova i quattro numeri consecutivi la cui somma è 666.

$$32 + 33 + 34 + 35 = 134 \quad \boxtimes$$

$$151 + 152 + 153 + 154 = 610 \quad \boxtimes$$

$$166 + 167 + 168 + 169 = 670 \quad \boxtimes$$

$$\textcircled{165} + 166 + 167 + 168 = 666 \quad \boxtimes$$

1° numero lo chiamiamo x

2° " " " $x+1$

3° " " " $x+2$

4° " " " $x+3$

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 666$$

$$4x + 1 + 2 + 3 = 666$$

$$4x + 6 = 666 \quad | -6$$

$$4x + 6 - 6 = 666 - 6$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{660}{4} \quad | :4$$

$$\leftarrow \boxed{660 : 2 = 330 : 2 = 165}$$

$$x = \textcircled{165}$$

problema 2

Trova quattro numeri consecutivi dispari che sommati danno 96.

$$\begin{array}{l} \rightarrow \boxed{=1} \\ x + x + 2 + x + 4 + x + 6 = 96 \end{array}$$

$$4x + 12 = 96 \quad | -12$$

$$4x + 12 - 12 = 96 - 12$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{84}{4} \quad | :4$$

$$x = \boxed{21}$$

$$\boxed{21} + 23 + 25 + 27 = 96$$

La formula $4x + 6$ vale per tutti i numeri?

problema 1.

$$x = 1 + 2 + 3 + 4 \stackrel{?}{=} 4 \cdot 1 + 6 \\ 10 = 10!$$

$$x = 2 + 3 + 4 + 5 \stackrel{?}{=} 4 \cdot 2 + 6 \\ 14 = 14!$$

$$x = 7 + 8 + 9 + 10 \stackrel{?}{=} 4 \cdot 7 + 6 \\ 34 = 34!$$

$$x = 10 + 11 + 12 + 13 \stackrel{?}{=} 4 \cdot 10 + 6 \\ 46 = 46!$$

problema 2.

$$x = 2 + 4 + 6 + 8 \stackrel{?}{=} 4 \cdot 2 + 12 \\ 20 = 20!$$

Possiamo trovare un modo di scoprire l'incognita che ci assicura che essa sia dispari.

	<u>pari</u>	<u>dispari</u>
$x = 1$	$2x = 2$	$2x + 1 = 3$
$x = 2$	$2x = 4$	$2x + 1 = 5$
$x = 3$	$2x = 6$	$2x + 1 = 7$
$x = 4$	$2x = 8$	$2x + 1 = 9$
	$4 \cdot 2 = 8$	$4 \cdot 2 + 1 = 9$

Il numero 1° è $2x + 1$
" 2° è $2x + 3$
" 3° è $2x + 5$
" 4° è $2x + 7$

$$2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 + 2x + 7 = 96$$

$$8x + 16 = 96 \quad | -16$$

$$8x + \cancel{16} - \cancel{16} = 96 - 16$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{80}{8} \quad | :8$$

$$x = 10$$

$$2x + 1 = 21$$

$$2x + 3 = 23$$

$$2x + 5 = 25$$

$$2x + 7 = 27$$

problema 3.

Trova i quattro numeri tutti multipli di 7 che sommati danno 182.

Il 1° numero lo chiamo = x

Il 2° numero lo chiamo = $x + 7$

Il 3° " " = $x + 14$

Il 4° " " = $x + 21$

$$x + x + 7 + x + 14 + x + 21 = 182$$

$$4x + 42 = 182 \quad | -42$$

$$4x + \cancel{42} - \cancel{42} = 182 - 42$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{140}{4} \quad | :4$$

$$x = 35$$

problema 4.

Cinque persone deve dividersi 3000.- in modo tale per cui ogni persona riceverà 20 franchi in più della persona precedente.

La prima persona riceverà x fr.

La seconda " " $x + 20$ fr.

La terza " " $x + 40$ fr.

La quarta " " $x + 60$ fr.

La quinta " " $x + 80$ fr.

$$x + x + 20 + x + 40 + x + 60 + x + 80$$

$$5x + 200 = 3000 \quad | -200$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{2800}{5} \quad | :5$$

$$x = 560$$

problema 5.

7 numeri consecutivi danno 364.

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 + x + 5 + x + 6$$

$$7x + 21 = 364 \quad | -21$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{343}{7} \quad | :7$$

$$x = 49$$

$$x+1 = 50$$

$$x+2 = 51$$

$$x+3 = 52$$

$$x+4 = 53$$

$$x+5 = 54$$

$$x+6 = 55$$

prova:

$$49 + 50 + 51 + 52 + 53 + 54 + 55 = 364$$

Nel problema 3. la formula trovata vale per tutti i numeri. Come possiamo essere sicuri che stiamo trattando i multipli di 7?

Il 1. Nr. lo chiamiamo $7x$

" 2. Nr. " $7x+7$

" 3. Nr. " $7x+14$

" 4. Nr. " $7x+21$

$$7x + (7x+7) + (7x+14) + (7x+21) = 182$$

$$28x + 42 = 182 \quad | -42$$

$$\frac{28x}{28} = \frac{140}{28} \quad | :28$$

$$x = 5$$

Il 1° nr. è $7 \cdot 5 = 35$

Il 2° nr. è $7 \cdot 5 + 7 = 42$

Il 3° nr. è $7 \cdot 5 + 14 = 49$

Il 4° nr. è $7 \cdot 5 + 21 = 56$

Nel problema 4. chiamiamo x l'importo di 600.- gli altri importi si chiameranno quindi:

Il 1° nr. lo chiamiamo $x-40$

Il 2° nr. lo chiamiamo $x-20$

Il 3° nr. lo chiamiamo x

Il 4° nr. " $x+20$

Il 5° nr. " $x+40$

$$x + (x-40) + (x-20) + (x+20) + (x+40) = 3000$$

$$5x + 0 = 3000$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{3000}{5} \quad | :5$$

$$x = 600$$

problema 6.

Marco ha tre volte ^{noci} in più di Giovanni.
 Se Marco dà 25 noci a Giovanni
 ha ancora la metà delle noci
 di Giovanni.

Trova il numero di noci di Marco e
 di Giovanni.

Giovanni ha 20 noci.

Marco ha 60 noci.

Dopo lo scambio:

Giovanni: 45

Marco: 35

	M	G
Situazione INIZIALE	3x	x
DOPO LO SCAMBIO	3x-25	x+25

$$3x - 25 = \frac{1}{2}(x + 25) \quad | \cdot 2$$

$$2 \cdot (3x - 25) = (x + 25) \cdot \frac{1}{2}$$

$$6x - 50 = x + 25 \quad | +50$$

$$6x = x + 75 \quad | -x$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{75}{5} \quad | :5$$

$$\begin{array}{r} 315 \\ 5 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$x = 15$$

prova:

	M	G
SITUAZIONE INIZIALE	45	15
DOPO LO SCAMBIO	20	40

problema 7.

In una cassa ci sono 240.- in più ^{di una}
 seconda cassa. Se mettiamo 335.- nella
 prima cassa prendendoli dalla seconda,
 il contenuto di quest'ultima diventa
 la metà della prima.

Trova il contenuto delle 2 casse.

	C.1	C.2
contenuto INIZIALE	x+240	x
Contenuto Finale	x+240+335	x-335

$$\frac{1}{2}(x + 575) = (x - 335) \quad | \cdot 2$$

$$\frac{x}{2} \cdot 2 \quad x + 575 = 2 \cdot (x - 335)$$

$$x + 575 = 2x - 670 \quad | -575$$

$$x = 2x - 670 \quad | -2x$$

$$x - 2x = -670 - 2x + 2x$$

$$-1x = -670$$

problema 8.

Nella prima cassa ci sono 120 fr. in più della C2. Se si mettono 60 fr. presi dalla C2 nella C1 il contenuto della seconda è la metà della

prima.

	C1	C2
situazione iniziale	$x + 120$ $x + 120 + 60$	x $x - 60 \left(\frac{1}{2}\right)$

	420	300
dopo lo scambio	$420 + 60 = 480$	$300 + 60 = 260$

$$\frac{1}{2}(x + 180) = (x - 60) \cdot 2 \quad | \cdot 2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (x + 180) = (x - 120)$$

$$x + 180 = 2x - 120 \quad | -2x$$

$$x + 180 = -120 \quad | -180$$

$$-x = -300 \quad | \cdot (-1)$$

$$\underline{x = 300}$$

problema 9.

Giovanna ha 3 volte più noci di Gertruda, se Giovanna dà 35 noci a Gertruda, Giovanna ha solo la metà delle noci che ha Gertruda.

	Gio.	Ger.
Contenuto iniziale	$3x$	x
Contenuto finale	$3x - 35$	$x + 35$

$$3x - 35 = \frac{1}{2} \cdot (x + 35) \quad | \cdot 2$$

$$2 \cdot (3x - 35) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (x + 35) \quad | -x$$

$$6x - 70 - x = x + 35 \quad | -x$$

$$5x - 70 = 35 \quad | +70$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{105}{5} \quad | :5$$

$$x = 21$$

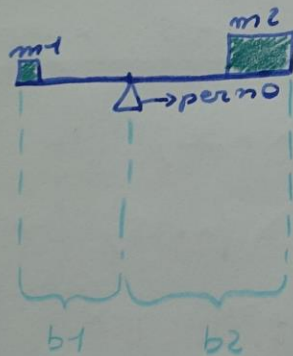
Prova

	Gio.	Ger.
situazione ini.	63	21
situazione fin.	28	56

problema 10

Dalla fisica sappiamo che l'equilibrio di due masse poste su un asse appoggiato a sua volta su un fulcro, è descritto dalla seguente formula.

$$m_1 \cdot b_1 = m_2 \cdot b_2$$



Se la prima massa è uguale $m_1 = 5,2 \text{ Kg}$,
 $b_1 = 1,2 \text{ m}$ e $b_2 = 0,7 \text{ m}$.

Quanto deve essere m_2 per tenere m_1 in equilibrio?

$$5,2 \cdot 1,2 = x \cdot 0,7$$

$$6,24 = x \cdot 0,7 \quad | :0,7$$

$$\frac{6,24}{0,7} = 8,91$$

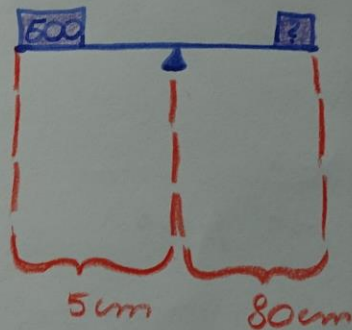
$$x = 8,91 = m_2$$

$$\begin{array}{r} 5,2 \cdot \\ 1,2 = \\ \hline 104 + \\ 52 - = \\ \hline 6,24 \end{array}$$

problema 11

Un uomo vuole alzare una scatola di 500 Kg con una leva.

Sapendo che la scatola si trova a 5 cm dal fulcro e che il braccio l'uomo che fa forza è lungo 80 cm , che forza dovrà fare?



$$m_1 = 500 \text{ Kg}$$

$$b_1 = 5 \text{ cm}$$

$$m_2 = ? \text{ (31,25)}$$

$$b_2 = 80 \text{ cm}$$

equazione

$$500 \cdot 5 = x \cdot 80$$

$$2500 = x \cdot 80 \quad | :80$$

$$\frac{2500}{80} = x$$

$$x = 31,25$$

$$\frac{500 \cdot 5}{80} =$$

problema 12.

Khalil è seduto su un litto balzo a due metri dal fulcro; quanto deve pesare Johan se si siede a 0,8 m dal fulcro, sapendo che Khalil pesa 42 kg?

$$m_1 = 42 \text{ kg}$$

$$b_1 = 2 \text{ m}$$

$$m_2 = ? \text{ (105 kg)}$$

$$b_2 = 0,8 \text{ m}$$

$$42 \cdot 2 = x \cdot 0,8$$

$$84 = x \cdot 0,8 \quad | : 0,8$$

$$\frac{84}{0,8} = x$$

$$x = 105$$

$$\begin{array}{r} 840 : 8 = 105 \\ \underline{04} \\ 00 \end{array}$$

Il peso di Johan è di 105 Kg.

Come mi sarei comportato se nel problema 11 fosse stata data la forza dello uomo e fosse stato chiesto a che distanza dal fulcro deve applicarla per alzare la scatola.

$$m_1 = 500 \text{ kg}$$

$$b_1 = 5 \text{ cm}$$

$$m_2 = 31,25 \text{ kg}$$

$$b_2 = ?$$

$$\begin{array}{r} m_1 \cdot m_2 = 2500 \\ \underline{250000} : 3125 = 80 \\ \quad \quad \quad \underline{088} \end{array}$$

$$500 \cdot 5 = 31,25 \cdot x$$

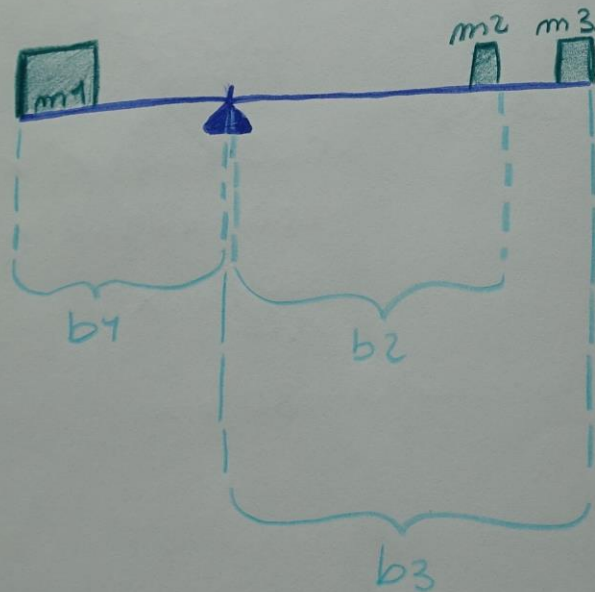
$$2500 = 31,25 \cdot x \quad | : 31,25$$

$$\frac{2500}{31,25} = x$$

$$80 = x$$

problema 13

Nello studio della fisica abbiamo anche visto qual'è la legge di equilibri nel caso vi siano più masse.



Luigi, Sandra e Chiara vanno su un bilzo balzo Luigi da una parte, Sandra e Chiara dall'altra. Sapendo che: Luigi pesa 80 Kg e si siede a 1,5 m dal fulcro, Sandra pesa 60 Kg e si siede a 1 m dal fulcro e Chiara si siede a 16 m dal fulcro. Quanto pesa Chiara?

$$\begin{aligned}m_1 &= 80 \text{ kg} \\ b_1 &= 1,5 \text{ m} \\ m_2 &= 40 \text{ kg} \\ b_2 &= 1 \text{ m} \\ m_3 &= ? \text{ 50 m} \\ b_3 &= 16 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}80 \cdot \\ 1,5 = \\ \hline 400 \\ 80 - \\ \hline 120,0\end{array}$$

$$80 : 1,6 = 50$$

problema 14

GIOELE : 49 Kg, 2m	$49 \cdot 2 = 98$
VALENTINA : 54 Kg, 1m	$54 \cdot 1 = 54$
MIRNA : ? , 0,5m	$x \cdot 0,5 = 88$

equazione

$$98 = 54 + x \cdot 0,5 \quad | -54$$

$$98 - 54 = 54 - 54 + x \cdot 0,5$$

$$44 = x \cdot 0,5 \quad | : 0,5$$

$$88 = x$$

$$\begin{array}{r}440 \\ 40 \\ \hline 440 : 0,5 = 88\end{array}$$

equazione:

$$80 \cdot 1,5 = 40 \cdot 1 + x \cdot 16$$

$$120 = 40 + x \cdot 16 \quad | -40$$

$$120 - 40 = 40 - 40 + x \cdot 16$$

$$80 = x \cdot 16 \quad | : 16$$

$$\frac{80}{16} = x \cdot \frac{16}{16}$$

$$x = 50 \text{ m}$$

problema 15

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 49 \text{ Kg} \\ b_1 = 2 \text{ m} \end{array} \right\} 98$$

$$\left. \begin{array}{l} m_2 = 54 \text{ Kg} \\ b_2 = 1 \text{ m} \end{array} \right\} 54$$

$$\left. \begin{array}{l} m_3 = 48 \text{ Kg} \\ b_3 = ? \end{array} \right\} 48 \cdot x$$

$$98 = 54 + 48 \cdot x \quad | -54$$

$$44 = 48 \cdot x \quad | :48$$

$$\frac{44}{48} = x$$

$$0,91 = x$$

$$\overline{44} : 48 = 0,91$$

$$\begin{array}{r} 440 \\ 432 \\ \hline 80 \\ 48 \\ \hline 320 \end{array}$$

problema 16

In una cassa si trovano 110 fr. in più di una seconda cassa.

Se togliamo 70 fr. dalla seconda e gli mettiamo nella prima il contenuto della seconda è la metà del contenuto della prima.

Trova: due contenute.

$$\text{Sit. iniz.} \quad \begin{array}{c|c} G_1 & G_2 \\ \hline x+110 & x \end{array}$$

$$\text{Sit. fin.} \quad \begin{array}{c|c} x+110+70 & x-70 \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \cdot (x+180) = (x-70) \quad | \cdot 2$$

$$\frac{x}{2} \cdot 2 \cdot (x+180) = 2 \cdot (x-70)$$

$$(x+180) = 2x-140 \quad | -2x$$

$$-x+180 = -140 \quad | -180$$

$$-x = -320 \quad | \cdot (-1)$$

$$x = 320 \quad | \cdot (-320)$$

$$\begin{array}{c|c} \text{Sit. iniz.} & \begin{array}{c} G_1 \\ 430 \end{array} \\ \hline \text{Sit. fin.} & \begin{array}{c} G_2 \\ 320 \end{array} \\ \hline & \begin{array}{c} 500 \quad | \quad 250 \end{array} \end{array}$$

problema 17.

Trova le misure degli angoli interni del triangolo isoscele in cui, gli angoli della base sono il doppio dell'angolo in cima.



$$\alpha = \beta$$

$$\alpha = \beta = 2 \cdot \rho$$

$$\alpha + \beta + \rho = 180^\circ$$

$$2\rho + 2\rho + \rho = 180^\circ$$

$$5\rho = 180 \quad | :5$$

$$\frac{5\rho}{5} = \frac{180}{5} = 36$$

$$\alpha = 72^\circ = \beta = 72^\circ \quad \rho = 36^\circ$$

problema 18.

Trova le misure degli angoli interni del triangolo isoscele in cui gli angoli della base sono la metà dell'angolo in cima.

$$\alpha = \beta$$

$$\alpha = \beta = \frac{1}{2} \cdot \rho$$

$$\alpha + \beta + \rho = 180^\circ$$

$$\frac{1}{2}\rho + \frac{1}{2}\rho + \rho = 180^\circ$$

$$2\rho = 180^\circ \quad | :2$$

$$\frac{2\rho}{2} = \frac{180}{2} = 90^\circ$$

$$\alpha = \beta = 45^\circ$$

problema 19.

Trova le misure degli angoli interni del triangolo isoscele in cui un angolo è il doppio dell'altro e il terzo è il triplo del più piccolo.



$$\beta = 2 \cdot \alpha$$

$$\gamma = 3 \cdot \alpha$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + 2\alpha + 3\alpha = 180^\circ$$

$$6\alpha = 180^\circ \quad | :6$$

$$\alpha = \frac{180}{6} = 30$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\beta = 60^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ$$

prova:

$$30 + 60 + 90 = 180$$

Considerazioni

Nei precedenti tre problemi quante condizioni abbiamo considerato per risolvere il problema?

Nei primi due casi avevamo:

$$\alpha = \beta$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha = \beta = 2 \cdot \gamma \quad \text{or} \quad \alpha = \beta = \frac{1}{2} \gamma$$

E nel terzo problema:

$$\beta = 2 \cdot \alpha$$

$$\gamma = 3 \cdot \alpha$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Si nota che abbiamo sempre bisogno di tre equazioni se cerchiamo